

Улсын бүртгэлийн
дугаар

Нууцын зэрэглэл: А

Аравтын бүрэн
ангиллын код

Төслийг хэрэгжүүлэх
гэрээний дугаар: ШуСс-2020/24

**ШИНЖЛЭХ УХААНЫ АКАДЕМИ
ФИЗИК ТЕХНОЛОГИЙН ХҮРЭЭЛЭН**

**ЕРТӨНЦИЙН ҮҮСЛИЙН ФИЗИК ОНОЛ БА АДРОНЫ ШИНЖ
ТӨЛӨВТ ДИНАМИК ФЕРМИОНЫ НӨЛӨӨГ ТООЦОХ НЬ
СУУРЬ СУДАЛГААНЫ ТӨСЛИЙН ТАЙЛАН**

2020-2022

Төслийн удирдагч:

Ч. Содбилэг - доктор (Ph.D),
Физик, технологийн хүрээлэн,
Онолын ба их энергийн
физикийн лабораторийн эрдэм
шинжилгээний ахлах ажилтан

Санхүүжүүлэгч байгууллага:

Шинжлэх ухаан технологийн сан

Захиалагч байгууллага:

Боловсрол, шинжлэх ухааны яам

Тайлан өмчлөгч:

ФТХ, Энхтайвны өргөн чөлөө
54Б

Улаанбаатар 13330

Утас: 11 458397, 99937526

И-мэйл хаяг:

sodbilegch@mas.ac.mn

Улаанбаатар хот

2023 он

Улсын бүртгэлийн
дугаар

Нууцын зэрэглэл: А

Аравтын бүрэн
ангиллын код

Төслийг хэрэгжүүлэх
гэрээний дугаар: ШуСс-2020/24

**ШИНЖЛЭХ УХААНЫ АКАДЕМИ
ФИЗИК ТЕХНОЛОГИЙН ХҮРЭЭЛЭН**

**ЕРТӨНЦИЙН ҮҮСЛИЙН ФИЗИК ОНОЛ БА АДРОНЫ ШИНЖ
ТӨЛӨВТ ДИНАМИК ФЕРМИОНЫ НӨЛӨӨГ ТООЦОХ НЬ**

СУУРЬ СУДАЛГААНЫ ТӨСЛИЙН ТАЙЛАН

2020-2022

Төслийн удирдагч:

Ч. Содбилэг - доктор (Ph.D),
Физик, технологийн хүрээлэн,
Онолын ба их энергийн физикийн
лабораторийн эрдэм шинжилгээний
ахлах ажилтан

Санхүүжүүлэгч байгууллага:

Шинжлэх ухаан технологийн сан

Захиалагч байгууллага:

Боловсрол, шинжлэх ухааны яам

Тайлан өмчлөгч:

ФТХ, Энхтайвны өргөн чөлөө 54Б
Улаанбаатар 13330
Утас: 11 458397, 99937526
И-мэйл хаяг: sodbilegch@mas.ac.mn

Улаанбаатар хот

2023 он

РЕФЕРАТ

Орчлон ертөнц дээр өнөөдрийг хүртэл бүрэн тайлбарлагдаагүй хар матери, хар энерги гэх мэт үзэгдлүүдийн шинж чанар, динамик, механизмийг судалж, тайлбарлахын тулд Их тэсрэлт явагдсанаас хойш матери ямар үеүүдийг туулж хэрхэн өөрчлөгдсөөр өнөөдрийн бидний орчлон ертөнцийг бүтээсэн болохыг судалж, олж тогтоох шаардлагатай.

Энэ төслөөр ертөнцийн эхний мөчүүдэд буюу маш их температур, их нягттай байхад дангаар сул чөлөөтэй оршин байсан боловч температур буурч, ертөнц хөрч эхлэхэд хоорондоо нэгдэн нийлж адронуудыг үүсгэсэн кварк болон глюонуудын хоорондын харилцан үйлчлэлийн шинж чанар, механизмыг Латтис КХД-ийн онолоор, өндөр хүчин чадалтай компьютер дээр симуляци гүйцэтгэн судлах болно. Ингэснээр бид хүчтэй харилцан үйлчлэлийн онолын өнөөг хүртэл бүрэн тэйлбарлагдаагүй, чухал асуудлуудын нэг болох кварк конфайнмент үзэгдлийг тайлбарлах, мөн ертөнцийн эхний мөчүүдэд матери ямар төлөвт, хэрхэн оршин байсныг бүрэн тайлбарлахад хувь нэмэр оруулах юм.

Энэхүү суурь судалгааны төслийн тайлан нь 4 бүлэг, хавсралт, ном зүй, талархал гэсэн хэсгүүдээс бүрдэнэ. 1-р бүлэгт Латтис КХД-ийн онолын хэсгийг орууллаа. 2-р бүлэгт өөрсдийн тооцооны төхөөрөмж воркстейшн болон симуляци явуулдаг програмаа хэрхэн сайжруулж, тохируулж, алгоритмчилсан талаараа оруулсан бол 3-р бүлэгт төслөөр гарган авсан үр дүнгүүдийг тайлбарлан анализ хийж, 4-р бүлэгт дүгнэлт хэсгийг багтаасан. Хавсралт хэсэгт төслийн хүрээнд хэвлэгдсэн эрдэм шинжилгээний өгүүлүүд, эрдэм шинжилгээний илтгэлүүд, шинжлэх ухааныг сурталчилах зорилготой танин мэдэхүйн нийтлэлүүдийн жагсаалтуудыг хавсаргав. Мөн Хавсралт хэсэгт төслөөр гүйцэтгэсэн чухал ажлуудын нэг болох LATTICE-2022 олон улсын хуралд оролцсон талаарх мэдээллийг багтаалаа.

Түлхүүр үгс: Кварк конфайнмент, урсгалын хоолой, латтис квантхромо-динамик, цэвэр гэйж онол, бүтэн КХД-ийн онол, динамик фермион, энерги-импульсийн тензор, латтис тоон симуляци, CUDA програмчлал.

СУУРЬ СУДАЛГААНЫ ТӨСЛИЙН ГҮЙЦЭТГЭГЧИД:

- | | |
|------------------------------|--|
| 1. Чагдаа СОДБИЛЭГ | Физик, технологийн хүрээлэн, эрдэм шинжилгээний ахлах ажилтан, доктор (Ph.D) |
| 2. Хавтгай НАМСРАЙ | Физик, технологийн хүрээлэн, эрдэм шинжилгээний тэргүүлэх ажилтан, Монгол улсын төрийн шагналт, шинжлэх ухааны гавъяат зүтгэлтэн, академич |
| 3. Галсандорж ЭНХТУЯА | Физик, технологийн хүрээлэн, эрдэм шинжилгээний дэд ажилтан, докторант |
| 4. Пүрэв БАТТОГТОХ | Физик, технологийн хүрээлэн, эрдэм шинжилгээний дэд ажилтан, магистр |
| 5. Батгэрэл МӨНХЗАЯА | Физик, технологийн хүрээлэн, эрдэм шинжилгээний дадлагажигч ажилтан, магистр |

Гарчиг

1	Онолын хэсэг	8
1.1	Цэвэр гэйж онол	10
1.2	Динамик кварктай бүтэн КХД онол	12
1.3	Энерги-импульсийн тензор	15
2	Програмчлал	22
2.1	Урсгалын хоолойг хэмжих parallelgpucode програм	22
2.2	Энерги-импульсийн тензорийг тооцоолох програм	24
2.3	Шинэ GPU	27
2.3.1	GPU тохируулга	29
2.3.2	Тест хэмжилтүүд	30
3	Хэмжилт, үр дүн	33
3.1	Цэвэр гэйж онолын хэмжилт, үр дүн $/32^3 \times 8/$	33
3.2	Бүтэн КХД онолын хэмжилт, үр дүн $/32^3 \times 8, 48^3 \times 12/$	47
3.3	Энерги-импульсийн тензороор урсгалын хоолойг тооцоолсон үр дүн	61
4	Дүгнэлт	75
5	Хавсралт	77
5.1	Хэвлэгдсэн бүтээлийн жагсаалт	78
5.2	Хэвлүүлсэн бүтээлүүд	80
5.3	Хурал, семинарт тавьсан илтгэлийн жагсаалт	92
5.4	Хэлэлцүүлсэн илтгэлүүд	95
5.5	The 39th International Symposium on Lattice Field Theory (LATTICE-2022) олон улсын хурал	97
5.6	Шинжлэх ухааны сурталчилгаа	108
	Ном зүй	110
	Талархал	114

Төслийн зорилго

Байгалийн дөрвөн харилцан үйлчлэлийн хүчний нэг хүчтэй харилцан үйлчлэлийн хүч нь цөмийг бүрдүүлэгч эгэл бөөмсийг хооронд нь холбож байдаг үндсэн хүч бөгөөд квантхромодинамик (КХД)-ийн онолоор тайлбарлагдана. КХД нь олон төрлийн өвөрмөц үзэгдлийг үзүүлдэг. Тэдгээрийг нарийн тодорхойлох нь байгаль дахь хүчтэй харилцан үйлчлэлийн хүчийг ойлгоход маш чухал юм. Ялангуяа кварк болон глюонууд нь өнгөний конфайнмент механизмын улмаас эгэл бөөмс дотроо хязгаарлагдмал хашигдсан байдалтай оршдог бөгөөд энэ нь хүчтэй харилцан үйлчлэлийн бүрэн тайлбарлагдаагүй физик үзэгдлүүдийн нэг юм. Өнгөний конфайнмент механизмын ойлголтыг нарийн судлах нь их энергийн физикчдийн гол зорилго ба энэ судалгаа нь космологи болон хүнд ионы мөргөлдөөний туршилт зэрэгт мөн ихээхэн хамааралтай байдаг. Эгэл бөөмийн физикт КХД-ын конфайнмент болон деконфайнмент гэсэн чухал ойлголтууд байдаг. Кварк конфайнмент механизмын талаар тодорхой ойлголттой болох нь хүчтэй харилцан үйлчлэлийн онол болох КХД-ийн хөндөх бус онолын судалгааны үндсэн зорилтуудын нэг юм. Хүчтэй харилцан үйлчлэлийн хүчний зөөгч нь глюонууд бөгөөд КХД дахь гэж харилцан үйлчлэлийн абелийн бус шинж чанараас шалтгаалан тэдгээр нь хоёр кваркийн хооронд хромоцахилгаан урсгалын нарийн хоолой үүсгэдэг.

Манай төслийн гол зорилго бол цэвэр гэж болон бүтэн КХД онолуудаар критик температурын ойролцоо урсгалын хоолойг нарийн судлах явдал юм.

Төслийн хугацаанд гүйцэтгэх үр дүнгийн даалгаврыг Хүснэгт 1-д, төслийн эрдэм шинжилгээний зардлын задаргааг Хүснэгт 2-т, төслийн санхүүжилтийн биелэлтийг Хүснэгт 3-т, төслөөр гүйцэтгэх ажлын календарчилсан төлөвлөгөөг Зураг 1-д хүснэгтээр харууллаа.

Хүснэгт 1. Төслийн үр дүнгийн даалгавар.

д/д	Төслөөр бий болох үр дүн	Тоо хэмжээ	Үр дүнгийн үзүүлэлт	Үр дүнг хүлээлгэн өгөх хугацаа (он, сар)
1.	Динамик фермионтой кварк-антикваркийн системийн тогтолцоог огторгуйн янз бүрийн эзлэхүүн, температур, кварк хоорондын зайн дээр симуляци хийх	10	Эрдэм шинжилгээний өгүүлэл Дотоод -3 Гадаад -2 Эрдэм шинжилгээний илтгэл -5	2020 оны 12 сард
2.	Үүссэн датаг боловсруулахад шаардлагатай програмуудыг зохиох хөгжүүлэх	14	Эрдэм шинжилгээний өгүүлэл Дотоод -5 Гадаад -2 Эрдэм шинжилгээний илтгэл -6 Програм хангамж -1	2021 оны 12 сард
3.	Үр дүнгээр физик дүгнэлт гаргах, өгүүлэл бичих	13	Эрдэм шинжилгээний өгүүлэл Дотоод -6 Гадаад -1 Эрдэм шинжилгээний илтгэл -6	2022 оны 12 сард
4.	Төслийн эцсийн тайлан бичиж, захиалагч, санхүүжүүлэгчид хүлээлгэн өгч акт үйлдэх	1	Төслийн эцсийн тайлан	2022 оны 12 сард багтаана.

Хүснэгт 2. Эрдэм шинжилгээний зардлын задаргааны маягт.

д/д	Эрдэм шинжилгээний зардлын задаргаа	Төлөвлөлт /мян.төг/	Гүйцэтгэл
1	Гэрээт ажилтнуудын ажлын хөлс		
2	Гадны байгууллагаар хийж гүйцэтгүүлсэн ажил, үйлчилгээний төлбөр		
3	Мэдээлэл худалдан авах зардал		
4	Эрдэм шинжилгээний хурал, семинар, үзэсгэлэн зохион байгуулах зардал /эмхтгэл хэвлүүлэх, хурлын заалны түрээс, бичиг хэргийн зардал г.м/		
5	Гадаадын эрдэмтэн судлаачдыг Монголд байх хугацааны үйлчилгээний зардал	6,280.0	
6	Орчуулгын зардал		
7	Ном, бүтээлийн хэвлэлийн эх бэлтгэл	10,000.0	
8	Судалгааны ажлын тайлан бичихтэй холбогдсон зардал /бичиг хэрэг, хэвлүүлэх г.м/	4,000.0	
9	Социологийн болон хээрийн судалгааны зардал		
10	Дээж авчрах, шинжлүүлэх зардал		
11	Урвалж бодис худалдан авах зардал		
12	Туршилтын мал амьтан худалдан авах, устгаж аюулгүй болгох зардал		
13	Патентийн төлбөр/ тухайн судалгааны ажилтай холбогдох/		
14	Сэлбэг хэрэгсэл, лабораторийн хэрэгсэл худалдан авах зардал	8,735.0	
15	Ургамлын үр сорт худалдан авах зардал		
16	Микро организм, өсгөвөр худалдан авах зардал		
17	Гадаад, дотоодын томилолтын зардал	3,900.0	
18	Судалгааны тоног төхөөрөмжийн хэмжилт, суурилуулалт, засвар үйлчилгээний зардал		
19	Компьютерийн програм хангамж зохиох, худалдан авах, засвар үйлчилгээ хийлгэх зардал		
20	Олон улсын хурлын төлбөр /тухайн судалгааны ажилтай холбогдох/	5,495.0	
21	Хөдөлмөр хамгааллын зардал		
22	Гишүүнчлэлийн төлбөр	200.0	
23	Төслийн явц, үр дүнд хяналт шинжилгээ хийх зардал /1%/	390.0	
24	Туршилтын цех, үйлдвэрийн тоног төхөөрөмжийг худалдан авах зардал /төрийн өмчийн хорооны шийдвэр/		
25	Үндсэн ажилтны цалингийн зардал		
	Дүн	39,000.0	

Хүснэгт 3. Санхүүжилтийн биелэлт.

Он	Төсөв /мян.төг/	Биелэлт /мян.төг/	Тайлбар
2020	10,000.00	0.00	Ковид19-өөс шалтгаалан санхүүжилт олгогдоогүй.
2021	14,500.00	10,000.00	2020 оны санхүүжилт олгогдсон.
2022	14,500.00	14,500.00	2021 оны санхүүжилт олгогдсон.
Бүгд	39,000.00	24,500.00	-
Дутуу	-	14,500.00	2022 оны санхүүжилт олгогдоогүй.

“Ертөнцийн үүслийн физик онол ба адроны шинж төлөвт динамик фермионы нөлөөг тооцох нь” 2020-2022

“Ертөнцийн үүслийн физик онол ба адроны шинж төлөвт динамик фермионы нөлөөг тооцох нь” нэртэй суурь судалгааны төсөл хэрэгжүүлэх, санхүүжүүлэх 2020 оны 5 сарын 19 ны өдрийн дугаар гэрээний 2 дугаар хавсралт

Уу СС-2020/24

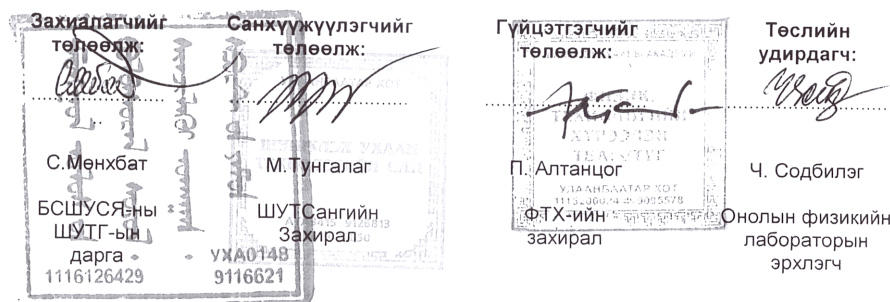
ТӨСЛӨӨР ГҮЙЦЭТГЭХ АЖЛЫН КАЛЕНДАРЧИЛСАН ТӨЛӨВЛӨГӨӨ

Д/Д	Төслийн хүрээнд гүйцэтгэх тодорхой үе шатны ажлын нэр	Эхлэх дуусах хугацаа (Он, сар)	Гүйцэтгэгчдийн овоо, нэр, мэргэжил	УХА0148 0146021 Тухайн шатны үр дүн
2020 он				
1	Динамик фермион бүхий кварк-антикварк системийг өндөр статистиктайгаар, конфигурацын тоог нэмэгдүүлж симуляци гүйцэтгэх, гаралтын датаг боловсруулах	01-03 сар	Ч. Содбилэг (физикч, Ph.D) Г. Энхтуяа (физикч, докторант) П. Баттогтох (физикч, магистр)	Бүтэн КХД дахь кварк-антикварк системийн өндөр статистиктай үр дүн
2	Өөр өөр хэмжээтэй, олон латтис дээр симуляци гүйцэтгэж, сонирхсон хэмжигдэхүүнүүдийг тооцоолох	04-06 сар	Ч. Содбилэг (физикч, Ph.D) Г. Энхтуяа (физикч, докторант) П. Баттогтох (физикч, магистр)	Кварк-антикварк системийн физик хэмжигдэхүүнүүд латтис параметруудээс хамаарах хамаарал
3	Ертөнцийн үүслийн тухай термодинамикийн онолын үндэслэлийг гаргаж, идеаль хийн тэгшитгэлийг ертөнцийн хөгжлийн бичлэгт оруулна. Үүнтэй холбогдуулан онолын тооцоог хийнэ	01-06 сар	Х. Намсрай (физикч, академич) Б. Мөнхзаяа (физикч, магистр)	Гадаад өгүүлэл – 1 Дотоод өгүүлэл – 2 Дотоод илтгэл – 1
4	Залуу судлаачдын, сурагч оюутны математик мэдлэгийг дээшлүүлэх зорилгоор ном, сурах бичиг бичнэ.	07-12 сар	Х. Намсрай (физикч, академич) Б. Мөнхзаяа (физикч, магистр)	Сурах бичиг – 1
5	1, 2 дугаар ажлын үр дүнгээр эрдэм шинжилгээний өгүүлэл хэвлүүлэх, эрдэм шинжилгээний илтгэл хэлэлцүүлэх	07-12 сар	Ч. Содбилэг (физикч, Ph.D) Г. Энхтуяа (физикч, докторант) П. Баттогтох (физикч, магистр)	Гадаад өгүүлэл – 1 Дотоод өгүүлэл – 3 Гадаад илтгэл – 1 Дотоод илтгэл – 3
6	Явцын тайлан бичиж, захиалагч, санхүүжүүлэгчид хүргүүлэх	6, 12 сард	Төслийн удирдагч	Явцын тайлан
2021 он				
1	Өөр хоорондоо хэмжээгээрээ ялгаатай, том хэмжээний датаг параметруудийн утгуудаас нь хамааруулан нэг дор боловсруулдаг цогц програм зохиох, хөгжүүлэх	01-06 сар	Ч. Содбилэг (физикч, Ph.D) Г. Энхтуяа (физикч, докторант) П. Баттогтох (физикч, магистр)	USEDAT хэмээх цогц програм
2	Латтис параметруудийн янз бүрийн утгууд дээр гүйцэтгэсэн симуляцаас	07-12 сар	Ч. Содбилэг (физикч, Ph.D) Г. Энхтуяа (физикч,	Кварк-антикварк систем доторх физик үзэгдлийг дүрсэлсэн график

“Ертөнцийн үүслийн физик онол ба адроны шинж төлөвт динамик фермионы нөлөөг тооцох нь” 2020-2022

	гарсан том хэмжээний датаг боловсруулах		докторант) П. Баттогтох (физикч, магистр)	зургууд, плотууд Гадаад өгүүлэл – 1 Дотоод өгүүлэл – 3 Гадаад илтгэл - 1 Дотоод илтгэл – 3
3	Ертөнцийн хөгжлийн эхэн үед үйлчлэх ёстой квант таталцлалын хүчний шинэ томъёог гаргах оролдлого хийж, түүний тусламжтайгаар онолын тооцоог хийнэ.	01-06 сар	Х. Намсрай (физикч, академич) Б. Мөнхзаяа (физикч, магистр)	Гадаад өгүүлэл – 1 Дотоод өгүүлэл – 2 Дотоод илтгэл – 1
4	Ертөнцийн хөгжил, цаг хугацаа орон зай, оюун ухааны шүтэлцээний тухай ном бичиж хэвлүүлнэ.	07-12 сар	Х. Намсрай (физикч, академич) Б. Мөнхзаяа (физикч, магистр)	Ном -1
5	Явцын тайлан бичиж, захиалагч, санхүүжүүлэгчид хүргүүлэх	12 сард	Төслийн удирдагч	Явцын тайлан
2022 он				
1	2020, 2021 онуудад гүйцэтгэсэн судалгааны ажлуудыг нэгтгэн, бүтэн Квантхромодинамикийн онолын тохиолдолд кварк-антикварк систем деконфайнмент фазын шилжилтийг туулах үедээ ямар физик шинж чанар үзүүлдэг талаар физик дүгнэлт гаргах	01-06 сар	Ч. Содбилэг (физикч, Ph.D) Г. Энхтуяа (физикч, докторант) П. Баттогтох (физикч, магистр)	Бүтэн Квантхромодинамик дахь мезон систем фазын шилжилтийг туулах үеийн түүний физик шинж чанарыг дүрсэлсэн график зургууд, плотууд
2	Гаргасан физик дүгнэлтээ дэлхийн бусад судлаачдын холбоотой ажлуудаас гарсан үр дүнтэй, мөн хурдасгуурууд дээр хийгдсэн их энергийн туршилтын үр дүнтэй харьцуулан эрдэм шинжилгээний өгүүлэл бичих, олон улсын илтгэл хэлэлцүүлэх	07-12 сар	Ч. Содбилэг (физикч, Ph.D) Г. Энхтуяа (физикч, докторант) П. Баттогтох (физикч, магистр)	Гадаад өгүүлэл – 1 Дотоод өгүүлэл – 3 Гадаад илтгэл - 1 Дотоод илтгэл – 3
3	Ертөнцийн урт удаан хөгжлийн горимд одоогоор нээгдээгүй байгаа харанхуй бодис, харанхуй энергийн төлөв байдлыг бичдэг уламжлал нь язгуур дотор байдаг дифференциал тэгшитгэлийн шийдийг олох оролдлого хийж, түүний хүрээнд гарах мөрдлөгөөнүүдийг олно.	01-06 сар	Х. Намсрай (физикч, академич) Б. Мөнхзаяа (физикч, магистр)	Дотоод илтгэл – 3 Дотоод өгүүлэл – 1
4	Классик, квант физик ертөнцийн хөгжлийн тухай	07-12 сар	Х. Намсрай (физикч, академич)	Ном - 1

	ном бичиж хэвлүүлнэ.		Б. Мөнхзаяа (физикч, магистр)	
5	Явцын тайлан бичиж, захиалагч, санхүүжүүлэгчид хүргүүлэх	6 сард	Төслийн удирдагч	Явцын тайлан
6	Төслийн эцсийн тайлан бичиж захиалагч, санхүүжүүлэгчид хүлээлгэн өгч акт үйлдэх	12 сард багтаана.	Төслийн баг	Төслийн эцсийн тайлан



Зураг 1. Төслөөр гүйцэтгэх ажлын календарчилсан төлөвлөгөө.

Бүлэг 1. Онолын хэсэг

Байгаль дээрх дөрвөн харилцан үйлчлэлийн нэг хүчтэй харилцан үйлчлэлийг зөөгч бөөмс болох глюонууд нь харилцан үйлчлэлийн явцад кварк антикваркийн хооронд нарийхан урсгалын хоолой үүсгэдэг. Урсгалын хоолойг тодорхойлох хэмжигдэхүүнүүдийг температур болон кварк хоорондын зайнаас хамааруулан судлах нь маш чухал. Тэдгээр хэмжигдэхүүнүүдийн зай болон температураас хамаарах хамаарлыг судалснаар конфайнментаас деконфайнмент фазад шилжих фазын үед болон фазын шилжилтийн өмнө ба дараа хоёуланд нь урсгалын хоолой оршин байх эсэх, мөн урсгалын хоолойн хайлах болон урсгалын хоолойн өргөсөлтийг судлах боломжтой. Ингэж судалснаар их тэсрэлтийн дараах ертөнцийн үүсэл болон их тэсрэлийн үед ямар процесс явагдсан зэргийг тайлбарлахад томоохон алхам болох юм.

Системийн харилцан үйлчлэл нь Лагранжианаар илэрхийлэгдэх ба Лагранжиан нь тухайн онолыг бүрэн илэрхийлдэг. КХД-ийн харилцан үйлчлэлийг кваркийн орнуудыг агуулсан фермионы хэсэг, тэдгээрийн глюонтой холбогддог харилцан үйлчлэлийн гишүүн болон зөвхөн глюонуудын харилцан үйлчлэлийг тайлбарладаг глюоны хэсэг гэж хувааж авч үзвэл тохиромжтой. Энэ тохиолдолд, КХД-ийн Лагранжиан нь

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}_i (i\gamma^\mu (D_{\mu ij} - m\delta_{ij}) \psi_j - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu}) \quad (1.1)$$

гэж бичигдэнэ. Энд $\psi_i(x)$ нь кваркийн орныг, γ_μ нь Диракийн матриц, D_μ нь $(D_\mu)_{ij} = \partial_\mu \delta_{ij} - ij(T_a)_{ij} A_\mu^a$ хэлбэртэй бичигдэх ба гэж ковариант уламжлалыг, $G_{\mu\nu}^a$ нь глюоны орны гэж инвариант хүчлэгийг тус тус илэрхийлнэ. Хоёр кваркийг холбосон урсгалын хоолой нь статик кварк ба антикварк хосыг хооронд нь татах, шугаман өсдөг потенциалаас хамаардаг. Учир нь хоёр кваркийн хоорондох потенциал нь кваркуудын зай ихсэхэд өсдөг ба латтис дээр потенциал нь

$$V(R) = \lim \left[\frac{1}{T} \ln W(R, T) \right] \quad (1.2)$$

гэж томъёологдоно. Энд $W(R, T)$ -нь огторгуй, хугацааны өргөсөлт нь тус тус R, T байх Вильсоны гогцооны магадлалын утга. Вильсоны гогцооны магад-

лалын утга конфайнмент фазад талбайн хуулиар σRT гэж тодорхойлогддог шинж чанартай байдаг бол деконфайнмент фазад $(R + T)$ хуулиар тодорхойлогдоно. Шугаман өсдөг потенциалын үр дүнд КХД онолын спектрийн цорын ганц тогтвортой төлөв нь өнгөт бөөмсийн холбогдсон төлвүүд юм. Энэ төлөвт бөөмс бүхэлдээ өнгөт саармаг шинж чанартай байдаг. Иймээс урсгалын хоолой ба фазын шилжилтийн үед дэх түүний шинж төлвийг судлах нь латтис физикчдийн хувьд хамгийн чухал бөгөөд энэ нь кварк конфайнмент механизм болон кварк глюоны плазмтай холбоотой асуултуудад хариулт өгөх боломжтой юм. Латтис тоон симуляци, үр дүнтэй загваруудад үндэслэн вакуум болон их температур дахь үзэгдлийг судлах онолын олон оролдлого байдаг. Гэсэн хэдий ч системийн термодинамик, потенциал, чөлөөт энерги гэх мэт ойлголтууд нь тодорхойгүй хэвээр байна. Эдгээр ойлголтуудыг тайлбарлахын тулд кварк антикваркийн хооронд үүсэх глюоны урсгалын хоолойг критик температурын ойролцоо $SU(3)$ цэвэр гэж болон бүтэн КХД-ийн онолуудаар судалдаг. Ингэхдээ кварк антикваркийн эргэн тойронд дахь хромоцахилгаан болон хромосоронзон орны байгуулагчууд, мөн энерги-импульсийн тензор (ЭИТ) хэмээх хэмжигдэхүүний стресс тензорийн түгэлтийг ашиглан судалгаагаа гүйцэтгэдэг. Урсгалын хоолойн загварчлалд ялангуяа $SU(2)$, $SU(3)$ цэвэр гэж онолуудын хувьд тэг болон 0 биш түүнчлэн деконфайнмент фазын шилжилтийн ойролцоох температур дахь урсгалын хоолойн шинж чанарын тооцоололд [1–29] ихээхэн ахиц дэвшил гаргасан олон тооны латтис симуляци байдаг. Харин глюоны гэж орны эффектив латтис үйлчлэлийн цэгэн бус чанараас шалтгаалан динамик фермион бүхий урсгалын хоолойн шинж чанарыг судлах судалгаа харьцангуй цөөн байдаг. Эффектив гэж үйлчлэлд фермионы матрицын тодорхойлогчид логарифм гарч ирдэг бөгөөд энэ нь бага масстай фермионуудын хувьд улам бүр цэгэн бус шинж чанартай болгодог. Энэ асуудлаас зайлсхийхийн тулд эхний үеийн симуляцууд нь “quenched approximation” буюу царцаасан ойролцооллын аргыг ашигладаг байсан ба энэ нь гэхдээ физик үзэгдлийг бүрэн тайлбарлахад учир дутагдалтай арга юм.

Латтис тоон симуляцад градиент урсгалын аргаар flowed болгосон орны кон-

фигурацуудаас хромоцахилгаан болон хромосоронзон байгуулагчуудыг хэмжснээр Поляковын гогцоо-плакет хоёрын корреляцийн операторуудаас кварк антикваркийн хоорондох хүчийг [30, 31]

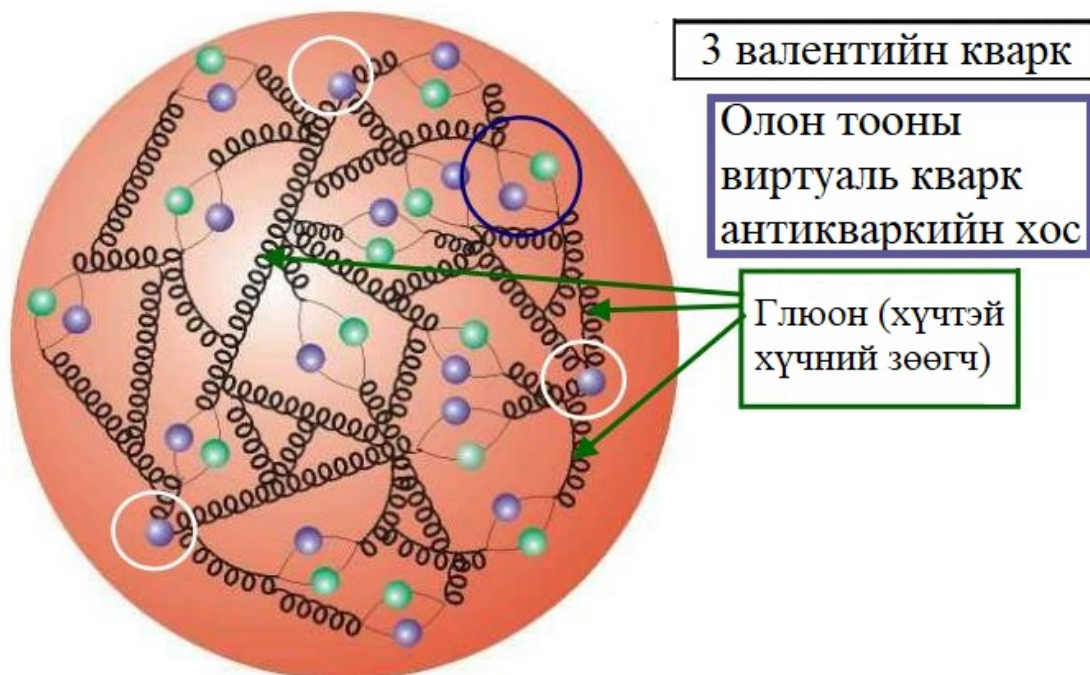
$$f_{\mu\nu}(R, x) = \frac{\beta}{a^4} \left[\frac{\langle L(0)L^\dagger(R)\square_{\mu\nu}(x) \rangle}{\langle L(0)L^\dagger(R) \rangle} - \langle \square_{\mu\nu} \rangle \right] \quad (1.3)$$

гэж тооцоолдог. Хангалттай өндөр температур эсвэл нягтралын хувьд кварк ба глюонууд хоригоос чөлөөлөгдөж, хираль тэгш хэмийг сэргээж, кварк-глюон гэж нэрлэгддэг бодисын плазмын үе шат үүсдэг нь удаан хугацааны туршид мэдэгдэж байсан. Энэхүү шилжилтийн тухай КХД-ийн цэвэр гэйж болон бүтэн КХД онолуудад суурилсан онолын ажлууд, аналитик болон тоон симуляц, загвар, гэх мэт судалгааны хэд хэдэн ажлууд байдаг. Онолын эхний зарчмуудаас кварк-глюоны плазмын шинж чанарыг судлах цорын ганц мэдэгдэж байгаа арга бол латтис КХД юм.

Дээр дурьдсан онолууд болон ЭИТ-ийн талаар доорх дэд бүлгүүдэд дэлгэрэнгүй авч үзье.

1.1 Цэвэр гэйж онол

КХД-ийн чухал шинж чанар болох глюонуудын харилцан үйлчлэл нь цэвэр глюодинамикийг үүсгэдэг. Өөрөөр хэлбэл КХД-ийг кваркгүй, сонирхолтой, маш энгийн онол болгодог. Цэвэр глюодинамик нь бүтэн КХД-ийн чухал шинж чанар болох кварк конфайнмент үзэгдлийг илэрхийлдэг. Глюодинамик нь кварктай КХД-аас (бүтэн КХД) хамаагүй хялбар байдаг тул конфайнмент үзэгдэл болон түүний үндсэн механизмыг тайлбарлахад чухал тулгуур болдог. Урсгалын хоолойн талаар мэдээлэл цуглуулахын тулд Плакет хувьсагч бүхий хромоцахилгаан болон хромосоронзон орны энергийн нягтыг тооцоолох хэрэгтэй. Бидний мэдэх протон нейтрон зэрэг адронууд нь Зураг 2-т харуулснаар квант тоог нь тодорхойлж байдаг u, d гэх мэт статик кваркаас тогтдогоос гадна глюоны харилцан үйлчлэлийн улмаас үүсдэг динамик кваркуудыг агуулж байдаг.



Зураг 2. Нуклоны бүтэц.

Кваркуудын харилцан үйлчлэлийн явцад шинээр үүсэхээс гадна эдгээр динамик кваркууд нь аннигиляцад орохдоо глюоныг үүсгэдэг тул статик кваркуудыг бодвол илүү тогтворгүй байдаг. Динамик кваркуудын устах болон шинээр үүсэх процесс нь тооцоолол хийхэд хүндрэлтэй байдлыг үүсгэдэг. Иймд судлаачид ихэвчлэн эдгээр кваркуудын нөлөөг тооцолгүй, кваркийн орныг “царцаасан” хувьсагч гэж үзээд зөвхөн глюоны харилцан үйлчлэлийг ашиглан тооцоолол хийдэг. Энэ аргыг царцаасан ойролцооллын арга гэж нэрлэдэг. Тодруулбал царцаасан квант электродинамик (КЭД) нь динамик электронгүй КЭД, царцаасан КХД нь динамик кваркгүй КХД юм [8]. Энэхүү царцаасан ойролцооллын аргад Фейнманы диаграмм дахь фермионы гогцоог тооцдоггүй. Ингэж динамик кваркуудын нөлөөг тооцдоггүй судалгааг цэвэр гэж онол ашиглан хийдэг.

Цэвэр гэж онолын тохиолдолд орны үйлчлэл нь Вилсоны үйлчлэлээр

$$S_G[U] = \frac{\beta}{3} \sum_{n \in A} \sum_{\mu < \nu} \text{Re tr}[1 - U_{\mu\nu}(n)], \quad (1.4)$$

гэж илэрхийлэгдэнэ. Энд холбоос тогтмол β нь

$$\beta = \frac{6}{g^2} \quad (1.5)$$

хэлбэртэй байна.

Латтис дээрх цэвэр гэж онолыг тодорхойлсон томъёог товчхон дурдъя. Ажиглагдахуйц магадлалын утга O (энд O нь мөн хэд хэдэн илэрхийллийн үржвэр байж болно) нь

$$\langle O \rangle = \frac{1}{Z} \int \mathcal{D}[U] e^{-S_G[U]} O[U], \quad (1.6)$$

гэж илэрхийлэгдэнэ. Энд хэсэглэлийн функц Z

$$Z = \int \mathcal{D}[U] e^{-S_G[U]}. \quad (1.7)$$

хэлбэртэй байна. Холбоос хувьсагчдын интеграцийн хэмжүүр нь үржвэрийн хэмжигдэхүүн юм

$$\int \mathcal{D}[U] \prod_{n \in A} \prod_{\mu=1}^4 \int dU_{\mu}(n) \quad (1.8)$$

Энэ нь $SU(3)$ -ын тохиолдолд β функцийг тодорхойлолт гэдгийг тэмдэглэе. Гэвч адроны бүтцэд динамик кваркууд үргэлж байдаг учраас нөлөөг заавал тооцох шаардлагатай. Ингэснээр физик үзэгдлүүдийг бүрэн тайлбарлах боломжтой болдог.

1.2 Динамик кварктай бүтэн КХД онол

Бүтэн КХД-ийн Лагранжиан нь кваркийн болон глюоны оронд харгалзах Лагранжиануудын нийлбэрээр

$$\mathcal{L}_{fullQCD} = \mathcal{L}_q + \mathcal{L}_g \quad (1.9)$$

гэж бичигдэнэ. Энд \mathcal{L}_q нь кваркийн орны, \mathcal{L}_g нь глюоны орны Лагранжиан. Харин нийт үйлчлэл нь эффектив үйлчлэлээр

$$S_{eff} = S_{tree} + S_{HISQ} \quad (1.10)$$

гэж илэрхийлэгдэнэ. Энд S_{tree} -глюоны гэж үйлчлэл, S_{HISQ} нь динамик кваркийн үйлчлэлийг илэрхийлнэ.

Өөрөөр, динамик фермион бүхий гэж үйлчлэл нь

$$S = S_g(U) - tr \ln[Q^\dagger(V)Q(V)]$$

хэлбэртэй байна. Энд $Q(V)$ нь фермионы матриц. Фермионуудын хоорондох гэж холбоос V -ууд нь динамик U холбоосуудаас тодорхойлогдоно. Нялагдсан (smeared) холбоос нь хязгаарлагдмал тооны нимгэн холбоосуудын локаль нэгдэл тул фермионууд нь нимгэн холбоос бүхий системтэй ижил нийлмэл шинж чанартай нялагдсан холбоосоор холбогддог систем юм. Нялагдсан холбоос хувьсагчууд нь шаталсан фермионуудын амт тэгш хэмийг, Вилсоны төрлийн фермионуудын хираль тэгш хэмийг сайжруулдаг. Тасралтгүй харьцааны тооцоог хурдасгахтай холбоотой хоёр ойлголт байдаг. Энэ нь эхнийх нь Symanzik сайжруулалт ба энд зарим коэффициентийг тохируулсны дараа тасралтгүй утгыг шугаман бус $R(a)$ квадрат хурдаар, $R(a) = R(0) + const(a/r_0)^2 + O(a^3)$ ойртуулж болно. Энд r_0 нь тогтмол урт. Нөгөө нь хэт ягаан туяаны хэлбэлзэл. Цэвэр гэж онолын хувьд параллель зөөлтөөр x^μ -ээс x хүртэлх $U_\mu(x)$ холбоос хувьсагчийг $U'_\mu(x)$ -ээр солино. Ялангуяа латтис КХД-ийн хувьд эдгээр хоёр стратегийг хамтад нь хэрэглэхэд бие биенийхээ үр нөлөөг илүү сайжруулдаг нь ажиглагдсан. Шаталсан кваркуудын тусламжтайгаар үүнийг зарим талаараа шууд бус байдлаар харуулсан. Naik нэр томъёог “AsqTad” гэж нэрлэгддэг хэт ягаан туяаны шүүлтүүртэй хослуулснаар MILC-ийн хамтын ажиллагаа нь стандарт латтис хоорондын зай, нилээд хөнгөн пионы масстай том эзэлхүүн бүхий үр дүнг гаргаж чадсан [32]. Өндөр сайжруулсан шаталсан кварк (HISQ) үйлчлэл нь $O(a^2)$ Symanzik-ээр сайжруулсан үйлдэл бөгөөд Диракийн оператор

$$U \rightarrow X = F_2 U F_1 U$$

дахь эх гэйж холбоос U -ыг сольж кваркийн төрөл солилцох харилцан үйлчлэлийг дарангуйлдаг үйлчлэл юм. Энд V, W, X холбоосуудыг

$$F_1 - \text{смеринг түвшин 1}(Fat7) : V = F_1 U,$$

$$U - \text{дахин нэгтгэсэн} : W = UV,$$

$$F_2 - \text{смеринг түвшин 2}(Asq) : X = F_2 W$$

гэж тодорхойлно. Сайжруулсан операторуудын жишээ болгон цэвэр гэйж онолд Поляковын гогцоог авч үздэг. Нялагдсан холбоос бүхий Вилсоны гогцоонууд нь хэмжилтийн статистикийн нарийвчлалыг сайжруулдаг. Asqtad-тай харьцуулахад HISQ-ийн онцлог нь фермионы хүчинд нэмэлт хувь нэмэр оруулдаг дахин нэгтгэсэн алхам юм. Молекул динамикийн симуляцид бид $\exp(S)$ хэмжигдэхүүнээр хүндрүүлсэн гэйж конфигурацийн түүвэр авсан бөгөөд энд үйлчлэл нь $S = S_g + S_f$ ба S_g нь глюоны, S_f фермионы хэсгүүдэд хуваагдана. Фермионы хүчийг шугамын дагуу гинжин хэлхээний дүрмийг ашиглан S_f үйлчлэлээс U холбоос хувьсагчаар уламжлал авч тооцоолно. Схемийн хувьд:

$$\frac{\partial S_f}{\partial U} = \frac{\partial S_f}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial W} \frac{\partial W}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial U}$$

байна. Эдгээр хэсгүүд нь asqtad үйлчлэлийнхтэй адил $\partial S_f / \partial X, \partial X / \partial W, \partial V / \partial U$ байна. Харин дахин нэгтгэх алхамын хувь нэмэр $\partial W / \partial V$ байна. Динамик HISQ загварчлалд үргэлж $U(3)$ бүлэгт үндэслэгддэг ба дараах $U(3)$ төсөөллийн аргыг ашигладаг. Комплекс матриц V -ын хувьд эрмит $H = V^\dagger V$ болон $W = V H^{1/2}$ унитар матриц байна. Эхлээд $H^{1/2}$ -ийг шугаман алгебрын Кэли-Хамильтоны теорем ашиглан

$$H^{1/2} = f_0 I + f_1 H + f_2 H^2$$

тооцоолно. Энд f_i нь $c_i = \text{Tr}(H_i + 1) / (i + 1)$, $i = 0, 1, 2$ -ийн функц. Бүтэн КХД-д хэд хэдэн псевдофермионы үйлчлэлийг авч үздэг. Жишээлбэл, псевдофермион нь хоёр хөнгөн ба нэг хүнд кваркийн тодорхойлогчдын массыг гурван физик бус хүнд кваркийн тодорхойлогчтой харьцуулсан харьцаагаар илэрхийлнэ. Динамик конфигурацийн гэйж холбоосын смеринг нь жижиг хэмжээний физик бус вакуум хэлбэлзлийг арилгаж, улмаар латтис дээрх фермионуудын хирал шинж

чанарыг сайжруулдаг. Бид цэвэр гэйж heatbath шинэчлэлтүүд дээр үндэслэсэн линк хувьсагчдаар холбосон динамик фермионуудын симуляцийг хийж гүйцэтгэсэн. Ингэхдээ урсгалт хугацаа гэж нэрлэгддэг нэмэлт координат t ба гэйж орныг урсгалт хугацааны дагуу $r_{smear} = \sqrt{8t}$ радиуст нялагдсан болгон симуляцаа гүйцэтгэсэн. Смеринг болгохын гол зорилго нь хэт ягаан туяаны хэлбэлзлийг дарсан холбоос хувьсагчдыг гаргаж авах боломж юм. Нялагдсан холбоос хувьсагчууд чухал үүрэг гүйцэтгэдэг. Түүхээс харахад хамгийн анхны нялагдсан болгох арга нь

$$U_{\mu}^{APE}(x) = P_{SU(3)} \left\{ (1 - \alpha)U_{\mu}(x) + \frac{\alpha}{2(d-1)} \sum_{\pm\nu \neq \mu} U_{\nu}(x)U_{\mu}(x + \hat{\nu})U_{\nu}^{\dagger}(x + \hat{\mu}) \right\}$$

$$= P_{SU(3)} \left\{ (1 - \alpha)I + \frac{\alpha}{2(d-1)} \sum_{\pm\nu \neq \mu} U_{\nu}(x)U_{\mu}(x + \hat{\nu})U_{\nu}^{\dagger}(x + \hat{\mu})U_{\mu}^{\dagger}(x) \right\} U_{\mu}(x)$$

байх APE смеринг юм. Энд хоёрдугаар мөр нь $P_{SU(3)} \{AU\} = P_{SU(3)} \{A\}U$ үндэслэх бөгөөд дурын A болон тусгай унитар U матрицийн хослолд хүчин төгөлдөр байна. $U^{\alpha} = \exp(\alpha \log(U))$ матрицын тодорхойлолтыг авч үзвэл нялагдсан холбоос хувьсагчийг

$$U'_{\mu}(x) = \exp \left(\frac{\alpha}{2(d-1)} \sum_{\pm\nu \neq \mu} \log [U_{\nu}(x)U_{\mu}(x + \hat{\nu})U_{\nu}^{\dagger}(x + \hat{\mu})U_{\mu}^{\dagger}(x)] \right) U_{\mu}(x)$$

гэж тодорхойлох нь утгатай эсэх талаар эргэлзээтэй бөгөөд хангалттай гөлгөр нөхцөлд дээрх байдлаар авч үзэх үндэслэл нь дараах байдалтай байна. $U_{\nu}(x)U_{\mu}(x + \hat{\nu})U_{\nu}^{\dagger}(x + \hat{\mu})U_{\mu}^{\dagger}(x)$ үржвэр нь тусгай унитар бөгөөд энэ нь логарифм тиймээс эрмит биш. Иймд нийлбэрийн хувьд ч мөн адил экспоненциал нь анхны холбоос дээр үржигдэх тусгай унитар матрицыг дахин тодорхойлно гэсэн үг. Тиймээс $SU(3)$ онол ашигладаг.

1.3 Энерги-импульсийн тензор

ЭИТ $T_{\mu\nu}(x)$ ($\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$) нь огторгуй хугацааны тэгш хэмд суурилсан талцлын онол, гидродинамик, уян харимхай бие гэх мэт физикийн өргөн хү-

рээний салбарт чухал үүрэг гүйцэтгэдэг хэмжигдэхүүн юм. ЭИТ нь гэж инвариант хэмжигдэхүүн учраас Янг-Милльс (ЯМ)-ийн квант вакуум гэх маш нарийн төвөгтэй системд ч гэсэн глобал болон системийн локал шинж чанаруудыг шууд судлах боломжийг олгодог. Энэхүү хэмжигдэхүүнийг ашиглаад кварк антикваркийн хоорондох урсгалын хоолойн судалгаагаа хийсэн. Тиймээс судалгааны гол хэмжиглэхүүн тул энэхүү дэд бүлэгт ЭИТ-ийн ерөнхий шинж чанаруудыг авч үзье. ЭИТ нь латтис хэмжилтээр шууд хэмжигдэх хэмжигдэхүүн бөгөөд хэд хэдэн давуу талтай:

1. ЭИТ нь системийн локал болон глобал шинж чанартай холбоотой бусад ажиглалтуудын дотроос хамгийн чухал хэмжигдэхүүн юм.
2. ЭИТ нь гадаргуу дээр үйлчлэх хүч ба энергийн нягттай холбоотой тодорхой физик утгатай. Нэмж дурдахад, ЭИТ-ийн байгуулагчуудын абсолют утгууд нь дахин нормчлогдох гэж инвариант нэгэн утгатай.
3. ЭИТ нь хоёрдугаар эрэмбийн тензор учир скаляр болон вектор хэмжигдэхүүнтэй харьцуулахад системийн талаарх илүү дэлгэрэнгүй мэдээллийг өгч чаддаг.

Эдгээр шалтгааны улмаас физикийн янз бүрийн салбарт чухал үүрэг гүйцэтгэдэг. Градиент урсгал ашигласан латтис тоон симуляци нь дараах давуу талуудтай:

- ЭИТ-ийн шууд хэмжилтийн тусламжтайгаар дурын тогтмол температурт симуляц хийх боломжтой.
- Энтропийн нягт s -д тогтмол хасалт хийх шаардлагагүй.
- Ойролцоогоор $\sqrt{8t}$ радиустай нялагдсан орон болгосноор урсгалт хугацааны $t > 0$ утганд статистик шуугиан мэдэгдэхүйц дарагддаг.
- Энэ аргаар термодинамик хэмжигдэхүүнүүдийг маш өндөр температурт хэмжихэд хүндрэлтэй зүйл бараг байхгүй.

ЭИТ нь 4×4 хэмжээст матрицаар

$$T_{\mu\nu}^R = \begin{pmatrix} T_{00} & T_{01} & T_{02} & T_{03} \\ T_{10} & T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{20} & T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{30} & T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

гэж илэрхийлэгдэх ба энэхүү матрицийн элемент бүр нь тодорхой нэг физик хэмжигдэхүүнд харгалзана. Жишээлбэл, T_{00} -д энергийн нягт, T_{11}, T_{22}, T_{33} - элементүүд нь даралт, T_{0i} нь импульсийн нягт, T_{i0} нь нормаль хүчдэлд харгалзана. ЭИТ-ийн байгуулагчуудаас огторгуйн хэсэг нь Максвеллийн стресс тензороор $\sigma_{ij} = -T_{ij}, i = 1, 2, 3$ гэж тодорхойлогдоно. Стресс тензор нь гадаргуу дээр үйлчлэх хүчтэй холбоотой гол ажиглалт юм. Орны онолд, стресс тензор нь гадны цэнэгийн улмаас үүсэх орны муруйлтыг илэрхийлдэг. Максвеллийн онолд, жишээлбэл цэнэгүүдийн хоорондох Кулоны харилцан үйлчлэлийн цэгэн тархалт нь $F_{\mu\nu}$ орны хүчтэй ба энд $F_{\mu\nu} = F_{\mu\rho}F_{\nu}^{\rho} - (\frac{1}{4})\delta_{\mu\nu}F_{\rho\sigma}F^{\rho\sigma}$ хэлбэртэй байна. КХД гэх мэт Абелийн бус гэж онолд стресс тензор нь маш чухал хэмжигдэхүүн. Учир нь энэ ажиглалт нь гэж инвариант байдлаар гадаад үүсвэртэй Абелийн бус гэж орны бүтцийг илэрхийлнэ. Евклидийн огторгуй дахь ЭИТ-оос энергийн нягт болон стресс тензор нь тус бүр $\varepsilon(x) = -T_{44}(x), \sigma_{ij}(x) = -T_{ij}(x) (i = 1, 2, 3)$ гэж илэрхийлэгдэнэ. Нормаль вектор n_i бүхий гадаргуйд үйлчлэх нэгж талбайд ноогдох хүч f_i нь $f_i = \sigma_{ij}n_j = -T_{ij}n_j$ гэж илэрхийлэгдэнэ. Стресс тензорийн гол тэнхлэгийн элементүүдийг $T_{ij}n_j^{(k)} = \lambda_k n_i^{(k)} (k = 1, 2, 3)$ тэгшитгэлийн хувийн утгыг олсны дараа олно. Энд $n_i^{(k)}$ -гол тэнхлэгүүд болон $n_i^{(k)}$ -ын дагуух нэгж талбайд ноогдох хүчний хэмжээ нь λ_k хувийн утгын абсолют утгаар илэрхийлэгдэнэ. Цэнэг дээр үйлчлэх хүч нь $F_i = -\int_s T_{ij}ds_j$ -гадаргуугийн интегралаар илэрхийлэгдэнэ. Энд S -нь S -ээс гадагш чиглэсэн S_i гадаргуугийн вектор бүхий цэнэгийг тойрсон битүү гадаргуу. Эхлээд Евклидийн огторгуйд 0 биш температур дахь статик кварк антикваркийг Поляков гогцоо $\Omega(x)$ болон түүний эрмит хосмог $\Omega^\dagger(\vec{x})$ -р төлөөлүүлнэ. Энэхүү судалгаа маань кварк антикварк системд чиглэсэн болно. Энэ систем нь Поляков гогцоо $\Omega(x)$ болон түүний эрмит операторын хоорондын корреляциар $Tr\Omega^\dagger(\vec{x})\Omega^\dagger(\vec{y})$ илэрхийлэгдэнэ. Дотоод

үрэлтийн шилжилт (shear viscosity) η -ийг хоёр цэгийн кореляцаас гарган авч болно. КХД-д эдгээр ажиглалт нь кварк глюоны плазм дахь релятивистик гидродинамикийн томъёололд нэн чухал ач холбогдолтой [2]. Иймээс, латтис КХД дахь n цэгийн ЭИТ-ийн хамаарал нь өндөр нарийвчлалтай тооцоолол шаарддаг. Латтис тоон симуляцид ийм кореляцыг тооцохын тулд, эхлээд хэт ягаан туяаны тасралтгүй хязгаарт хадгалагдсан төгсгөлөг латтис дээр ЭИТ-ийг нарийн тодорхойлох хэрэгтэй. Өөрөөр хэлбэл, ЭИТ-ийг тасралтгүй хязгаарт шилжүүлэх явдал юм. ЭИТ-ийг тодорхойлох матрицийн элементүүдэд харгалзах физик хэмжигдэхүүнүүдийг ашиглан тухайн системийн термодинамикийн талаар хангалттай мэдээллийг авч чадна. Латтис гэж онолын термодинамикийг судлах шинэ арга нь хуурмаг хугацаа бүхий ЯМ-ийн градиент урсгалын арга дээр суурилсан арга юм. ЯМ-ийн градиент урсгалын арга дээр үндэслэн ЭИТ-ийг тооцоолсон ажлууд байдаг. (Холбогдох ажлуудыг [15–35]-аас үзнэ үү.) $SU(3)$ гэж онолоор ЭИТ-ийн шинж чанарыг шууд латтис хэмжилтээр судалж болохын гол санаа нь градиент урсгалаас олж авсан хэт ягаан туяаны хязгаарлагдмал болон тухайн цэгийн операторуудаар дамжин ЭИТ-ийг тасралтгүй хязгаарт дүрслэх явдал юм. Үүнээс гадна, бага урсгалт хугацаа ба латтисын алслалт a -ыг зохих ёсоор нь авч, дараа нь авч үзсэнчлэн термодинамикийн нарийвчлалтай ажиглалтыг энгийн статистикаар олж авна. ЯМ-ийн градиент урсгал нь Эвклидийн хуурмаг хугацаа t -ийн дагуух гэж конфигурац $A_\mu(x)$ -ын муруйлтыг илэрхийлнэ.

$$\partial_t B_\mu(t, x) = D_\nu G_{\nu\mu}(t, x) B_\mu(t = 0, x) = A_\mu(x)$$

энд D_μ болон $G_{\mu\nu}(t, x)$ нь ковариант уламжлал бөгөөд урсац гэж орны хүчийг тус тус илэрхийлнэ. Хялбарчлах үүднээс өнгөний индексүүдийг орхисон болно. Градиент урсгалын онцлог шинж чанар нь түүний хэт ягаан туяаны хязгаарлагдмал байдал юм. $t_i > 0$ байх үеийн $B_{\mu_1}(t_1 x_1) B_{\mu_2}(t_2 x_2)$ аливаа корреляцийн функцууд нь хэрвээ тэдгээрийг нормчлогдсон холбоосын илэрхийллээр бичигдсэн бол долгион функцийг дахин нормчлолгүйгээр хэт ягаан туяаны хязгаарлалттай байна [10]. Энэ нь t тархалт нь ердийн жамаар e^{tp^2} хугацааны шинж

чанарын тохируулагч нэвтрүүлж байгаатай холбоотой бөгөөд энд p нь ердийн гогцооны импульсийг илэрхийлнэ. Тухайлбал, корреляцийн функцууд нь ижил цэг дээр ч гэсэн $(t_1 x_1) = (t_2 x_2)$ эерэг t_i -ийн хувьд хэт ягаан туяаны гажилтаас хамааралгүй болно. Жишээлбэл, дараах дөрвөн хэмжээст гэйж инвариант цэгэн үржвэрүүд нь $t > 0$ байхад хэт ягаан туяаны хязгаартай:

$$U_{\mu\nu}(t, x) \equiv G_{\mu\rho}(t, x)G_{\nu\rho}(t, x) - \frac{1}{4}\delta_{\mu\nu}G_{\rho\sigma}(t, x)G_{\rho\sigma}(t, x)$$

болон

$$E(t, x) \equiv \frac{1}{4}G_{\mu\nu}(t, x)G_{\mu\nu}(t, x)$$

$t \rightarrow 0_+$ үед, нялагдсан орны дахин нормчлогдсон хэсгийн операторуудыг хугацааны дагуу өргөтгөх боломжтой [10]. Өргөтгөсөн коэффициентийг нормчлодох тэгшитгэлийн бүлгээр тодорхойлдог ба тэдгээрийн шинж чанарыг бага урсгалт хугацаа t -ны үе дэх асимптотик чөлөөт байдлын тусламжтайгаар хөндөх онолоор тооцоолж болно. Дээр дурдсан операторуудын хувьд дараах тэгшитгэл [8, 17] гарна:

$$U_{\mu\nu}(t, x) = \alpha_u(t) \left[T_{\mu\nu}^R(x) - \frac{1}{4}\Delta_{\mu\nu}T_{\rho\rho}^R(x) \right] + O(t) \quad (1.12)$$

$$E(t, x) \langle E(t, x) \rangle_0 + \alpha_E(t)T_{\rho\rho}^R(x) + O(t) \quad (1.13)$$

Энд $\langle \cdot \rangle$ -нь вакуум магадлалын (expectation) утга ба $T_{\mu\nu}^R(x)$ нь вакуум магадлалын утгыг хассан дахин нормчлогдсон ЭИТ. Дээрх $U_{\mu\nu}(t, x)$, $E(t, x)$ хэмжигдэхүүнүүд маш чухал. Эдгээр хэмжигдэхүүнүүд нь градиент урсгалын нэг онцлог шинж чанар болох хэт ягаан туяаны хязгаарлагдмал байдал (UV finite) гэсэн ойлголтоос гарч ирдэг. Дээрх хоёр тэгшитгэлийн харьцааг нэгтгэснээр дараах тэгшитгэл гарч ирнэ:

$$T_{\mu\nu}^R(x) = \lim_{t \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{\alpha_u(t)} U_{\mu\nu}(t, x) + \frac{\Delta_{\mu\nu}}{4\alpha_E(t)} [E(t, x) - \langle E(t, x) \rangle_0] \right\} \quad (1.14)$$

Энд магадлалын коэффициентүүд нь дараах томъёогоор олдоно:

$$\alpha_U(t) = \bar{g} \left(\frac{1}{\sqrt{8t}} \right)^2 \left[1 + 2b_0 \bar{s}_1 \bar{g} \left(\frac{1}{\sqrt{8t}} \right)^2 + O(\bar{g}^4) \right] \quad (1.15)$$

$$\alpha_E(t) = \frac{1}{2b_0} \left[1 + 2b_0 \bar{s}_2 \bar{g} \left(\frac{1}{\sqrt{8t}} \right)^2 + O(\bar{g}^4) \right] \quad (1.16)$$

g^2 -дахин нормчлогдсон гэж холбоос, $\alpha_U(t), \alpha_E(t)$ нь ЯМ-ийн градиент урсгалтай холбоотой магадлалын коэффициентүүд. Тэгшитгэл (1.14)-нь градиент урсгалаар тодорхойлогдсон гэж инвариант операторуудыг бага урсгалт хугацаа t -ны хязгаарын тусламжтайгаар илэрхийлж болохыг харуулж байна. Энд $q = 1/\sqrt{8t}$, $\bar{s}_1 = 7/22 + 1/2\gamma_E - \ln 2 \approx -0.08635752993$

$$\bar{s}_2 = \frac{21}{44} - \frac{b_1}{2b_0^2} = \frac{27}{84} \approx 0.05578512397$$

$$b_0 = \frac{1}{(4\pi)^2} \frac{11}{3} N_c, \quad b_1 = \frac{1}{(4\pi)^4} \frac{34}{3} N_c^2, \quad N_c = 3.$$

Хоёр чухал ажиглалт байдаг:

1. Тэгшитгэл (1.14)-ын баруун тал нь хэт ягаан туяаны хязгаарлалтын улмаас тогтмолжуулалтаас хамааралгүй тул нэг нь, жишээлбэл, торон тогтмолжуулах схемьг авах боломжтой;
2. $t > 0$ нөхцөлд урсах талбарууд нь ойролцоогоор $\sqrt{8t}$ радиусын огторгуй-хугацааны муж дахь $t = 0$ байх үеийн үндсэн орнуудаас хамаардаг тул тэгшитгэл (1.14)-ын баруун талыг тооцоолоход статистик шуугиан нь хязгаарлагдмал t -д дарагддаг.

Латтис дээрх ЭИТ-ийг дараах дөрвөн алхамын дагуу тооцоолдог:

Алхам 1: $N_s^3 \times N_\tau$ хэмжээтэй a латтис зайтай огторгуй хугацааны латтис дээр орны гэж конфигурацуудыг үүсгэнэ.

Алхам 2: Урсгалт холбоос хувьсагчуудыг гарган авахын тулд конфигурац бүрийн градиент урсгалыг $a \ll \sqrt{8t} \ll R$ мужид тооцно. Энэ нь a -ын завсарын хязгаарыг тогтооход шаардлагатай байдаг. Энд R -нь $\Lambda_{QCD}^{-1} T^{-1} = N_\tau a$ гэх хэт улаан туяаны хязгаарын хэмжээс.

Алхам 3: Урсгалт хугацаа t тус бүр дэх гэж конфурацуудын дундаж утга болон $U_{\mu\nu}(t, x)$, $E(t, x)$ -инвариант операторуудыг ашиглан латтис дээр тэг бус латтис алслалт a болон урсгалт хугацаа t -ны утгууд дээр кварк антикваркийн

эргэн тойрон дахь ЭИТ-ийн хэмжилт хийнэ.

Алхам 4: Дахин нормчлогдсон буюу ЭИТ-ийн тасралтгүй хязгаар дахь утгуудыг олохын тулд давхар экстраполяц хийх ёстой.

ЭИТ дахь 3×3 матрицаар илэрхийлэгдэх стресс тензорийн байгуулагчуудын түгэлтээр кварк-антикваркийн хоорондох урсгалын хоолойн шинж чанарыг судлах боломжтой. Мөн фазын шилжилтийн шинж чанарыг тодорхойлоход чухал үүрэгтэй термодинамик хэмжигдэхүүн болох харилцан үйлчлэлийн хэмжигдэхүүн Δ , энтропийн нягт s -ыг ЭИТ-ийн диагоналийн элементүүд (T_{00} -энергийн нягт T_{11}, T_{22}, T_{33} -даралт)-ээс олно: энергийн нягт ε болон даралт P -ын хослол нь ЭИТ-ийн трэйстэй холбоотой:

$$\Delta = \varepsilon - 3P = -\langle T_{ii}^R(x) \rangle \quad (1.17)$$

Түүнчлэн, тэг химийн потенциалтай энтропийн нягт s нь

$$sT = \varepsilon + P = -\langle T_{00}^R(x) \rangle + \frac{1}{3} \sum_{i=1,2,3} \langle T_{ii}^R(x) \rangle \quad (1.18)$$

хэлбэртэй байна. Урсгалт хугацаа t -ны чиглэл дэх градиент урсгалыг ердийн нэгдүгээр эрэмбийн дифференциал тэгшитгэлээр олно. Нэгдүгээр алхамд $t \rightarrow t+$ гарсан алдаа нь $O(\varepsilon^5)$ байх үед хоёрдугаар эрэмбийн Рунга-Куттагийн арга ашиглагддаг.

Бүлэг 2. Програмчлал

2.1 Урсгалын хоолойг хэмжих parallelgpuscode програм

Манай лаборатори 2014 онд байгуулагдахдаа Tesla M2075 гэсэн graphic processing unit (GPU)-тай воркстейшн авч, тооцоо судалгааны ажилдаа ашигладаг байсан бол 2018 оноос хойш динамик кваркийн конфигурац ашиглан физик үзэгдлээ илүү нарийн нөхцөлд судлах ажилд энэхүү төхөөрөмжийн хүчин чадал хүрэлцэхгүй болж эхэлсэн. Зөвхөн GPU гэлтгүй түүнд зориулан хөгжүүлсэн CUDA програмчлалын хэлний шинэчлэлийн улмаас манай тооцооны програм хоцрогдож сайжруулах хэрэгтэй болсон. Тооцооны програмаа цаг алдалгүй шат дараатай сайжруулсаар байгаа ба Бийлефелдийн их сургуультай хамтран ажиллаж тэдний 224 GPU бүхий супер компьютер дээр тооцоо болон програм хөгжүүлэлтийн ажлаа гүйцэтгэж байна.

Parallelgpuscode програм нь хүссэн хэмжээгээрээ сайтар тохируулан авч болох латтис, түүнийгээ олон GPU-ууд дээр хувааж тооцооллоо параллельчилэх боломж, мөн $SU(3)$ бүлгийн тэгш хэмтэй гэж орны конфигурацуудыг үүсгэх эсвэл өгөгдсөн конфигурацийн датаг унших зэрэг латтис КХД-ийн суурь багцуудыг багтаасан байдаг. Үүнээс гадна орныг латтис дээр дискретчилэхэд үүсэх элдэв шуугианыг бууруулах линк смеарин техникүүд, олон төвшинт буюу Luescher Weisz арга зэрэг олон давуу талууд уг програмд бий. Энэхүү боломжуудыг ашиглан судлаач өөрийн хүссэн физик үзэгдлээ загварчилж, хэмжигдэхүүнээ тодорхойлон авах мөчир програмыг зохиох шаардлагатай.

Parallelgpuscode багц програмд нэмж оруулсан мөчир програмаараа критик температурын ойролцоо их температурын мужид хоорондоо R зайд орших кварк-антикваркийн хосын үүсгэх $SU(3)$ гэж орон буюу глюоны урсгалын хоолойн шинж чанарыг кварк хоорондын зайг ихэсгэн судална. Ингэснээр конфайнмент үзэгдлийн механизмыг тайлбарлахад хувь нэмэр оруулах ач холбогдолтой.

Parallelgpuscode програм нь GPU дээр тооцоолол хийх тул CUDA/C++ хэл,

олон GPU дээр параллелиар тооцоолол хийх тул message passing interface (MPI) ашиглан бичигдсэн. Энэ програмыг ашиглахын тулд эдгээр сангуудаас хамгийн багадаа CUDA 9.0, gnu-7.0 (c++ 11/14), openmpi 4.0, cmake 3.1 хойших хувилбар суусан байх мөн kerpleg архитектураас сүүлд гарсан GPU-тай байх хэрэгтэй. Энэ програм нь нэг болон олон GPU ашиглан дурын хэмжээтэй латтис дээр цэвэр гэж орны конфигурацуудыг heatbath-overrelaxation алгоритмаар, харин динамик кварктай орны конфигурацуудыг rational hybrid Monte-Carlo алгоритм HISQ-аар үүсгэх бөгөөд латтис КХД-ийн гол гол хэмжигдэхүүнүүдийг тодорхойлж, физик үзэгдлүүдийг загварчлах боломж олгодог. Мөн програм нь дохио шуугианы харьцааг сайжруулах градиент урсгалын аргыг нэг GPU-тэй байсан ч ашиглах боломж олгодог ба бусад ихэнх програмд градиент урсгалын аргын онцлог болох латтисыг хуваах болон хоёр гэж орон зэрэг тодорхойлох шинжээс хамааран доод тал нь хоёр GPU шаарддаг. Энэ нь цаашдаа уг програмыг өөрсдийн машин дээр ашиглахад чухал давуу тал болно.

Тооцооллыг параллельчилахдаа латтисын эзлэхүүнийг тэгш хэмтэй хувааж болох тооны GPU сонгож, латтисаа орон зайн координатуудын дагуу адил тэнцүү дэд латтисуудад хуваан GPU тус бүрд нэг дэд латтис тооцоолохоор хуваарилна. Энэ үед дэд латтисуудын гадарга хэсэг дэх тооцооллын процесс хөршүүдтэйгээ мэдээлэл солилцох шаардлагатай байдаг. Иймд эдгээр дэд латтис бүрийн гадна талд нэмэлт хүрээ нэмж тооцоолно. Энэ нь латтис хооронд мэдээлэл солилцоход ашиглагдах ба үүнийг туяат хүрээ (halo) гэнэ. Өөрөөр хэлбэл halo гэдэг нь GPU-ны санах ойд дүрслэгдсэн дэд латтисын гадаргууд нэмэлтээр тодорхойлох санах ойн огторгуй юм. Хөрш дэд латтисын гадаргуунууд дээрх тооцооллын процессууд мэдээллээ зэргэлдээх латтисын halo-руу илгээх замаар хоорондоо мэдээллээ солилцоно.

2.2 Энерги-импульсийн тензорийг тооцоолох про- грам

ЭИТ-ийг тооцоолоход шаардлагатай хөндөх онолын коэффициентүүд
ЭИТ-ийг тооцоолоход ашиглагдах урсгалт хугацаанаас хамаарсан коэффици-
ент $c_1(t), c_2(t)$ -ийг хөндөх онолоор

$$c_1(t) = \frac{1}{g^2} \sum_{l=0}^{\infty} k_1^{(l)} \left[\frac{g^2}{(4\pi)^2} \right]^l, \quad c_2(t) = \frac{1}{g^2} \sum_{l=1}^{\infty} k_2^{(l)} \left[\frac{g^2}{(4\pi)^2} \right]^l, \quad (2.1)$$

гэж тооцоолно. Энд g^2 нь дахин нормчлогдсон гэж холбоос тогтмол бөгөөд
энэ нь α_s гүйдэг холбоос тогтмолтой $g^2 = \alpha_s \cdot 4\pi$ гэж холбогдоно. Урсгалт ху-
гацаа t -ны утга тус бүрийн хувьд $c_i(t), i = 1, 2$ коэффициентийг тооцоолохын
тулд урсгалт хугацаа t -аас хамаарсан $\mu(t)$ функцээр гүйдэг холбоос тогтмолыг
тооцоолох хэрэгтэй. μ нь дахин нормчлолын хэмжээс бөгөөд $\mu(t) = \frac{1}{\sqrt{8t}}$ -р то-
дорхойлогдоно. $\overline{\text{MS}}$ схемд дөрвөн гогцоотой гүйдэг гэж холбоосыг ашигласан.

$$\alpha_s \mu^2 \simeq \frac{1}{b_0 t} \left(1 - \frac{b_1 l}{b_0^2 t} + \frac{b_1^2 (l^2 - l - 1) + b_0 b_2}{b_0^4 t^2} + \frac{b_1^3 (-2l^3 + 5l^2 + 4l - 1) - 6b_0 b_2 b_1 l + b_0^2 b_3}{2b_0^6 t^3} \right. \\ \left. + \frac{18b_0 b_2 b_1^2 (2l^2 - l - 1) + b_1^4 (6l^4 - 26l^3 - 9l^2 + 24l + 7) +}{6b_0^8 t^4} \right. \\ \left. \cdot -b_0^2 b_3 b_1 (12l + 1) + 2b_0^2 (5b_2^2 + b_0 b_4) \right), \quad (2.2)$$

$t \equiv \ln \frac{\mu^2}{\Lambda^2}, l = \ln t$. Энд $\overline{\text{MS}}$ схемийн Λ параметрийн утгыг

$$\frac{w_0}{a} = \exp \left(\frac{4\pi^2}{33} \beta - 9.1268 + \frac{41.806}{\beta} - \frac{158.26}{\beta^2} \right) \quad (2.3)$$

байдлаар тодорхойлох шаардлагатай. Энд, β нь холбоос тогтмол. Тэгшитгэл
(2.2)-д, $b_i, i = 0, 1, 2, 3, 4$ коэффициентүүд нь хөндөх онолоор

$$b_0 = \left(\frac{11}{3} C_A \right) \cdot \frac{1}{4\pi}, \quad (2.4)$$

$$b_1 = \left(\frac{34}{3} C_A^2 \right) \cdot \frac{1}{(4\pi)^2}, \quad (2.5)$$

$$b_2 = \left(\frac{2857}{54} C_A^3 \right) \cdot \frac{1}{(4\pi)^3}, \quad (2.6)$$

$$b_3 = \left[\left(\frac{150473}{486} + \frac{44}{9} \zeta(3) \right) C_A^4 + \left(-\frac{40}{3} + 352 \zeta(3) \right) C_A^2 \right] \cdot \frac{1}{(4\pi)^4}, \quad (2.7)$$

$$b_4 = 524.56 \cdot \frac{1}{(4\pi)^5}, \quad (2.8)$$

гэж тодорхойлогдоно. Энд $SU(N)$ гэж бүлгийн $C_A = N$ ба ζ - Риманы зета функц. Тооцооны програмдаа хоёр гогцоотой $c_1(t), c_2(t)$ коэффициент (next-to-next-to leading order) болон харгалзах $k_i^{(l)}, i = 1, 2$ коэффициентийг тус тус ашигласан. Эдгээр нь

tree-level

$$k_1^{(0)} = 1$$

нэг гогцоо

$$k_1^{(1)} = C_A \left(-\frac{11}{3} L(\mu, t) - \frac{7}{3} \right), \quad k_2^{(1)} = \frac{11}{24} C_A$$

хоёр гогцоо

$$k_1^{(2)} = C_A \left(-\frac{34}{3} L(\mu, t) - \frac{14482}{405} - \frac{16546}{135} \ln 2 + \frac{1187}{10} \ln 3 \right), \quad k_2^{(2)} = C_A \left(-\frac{3}{16} \right)$$

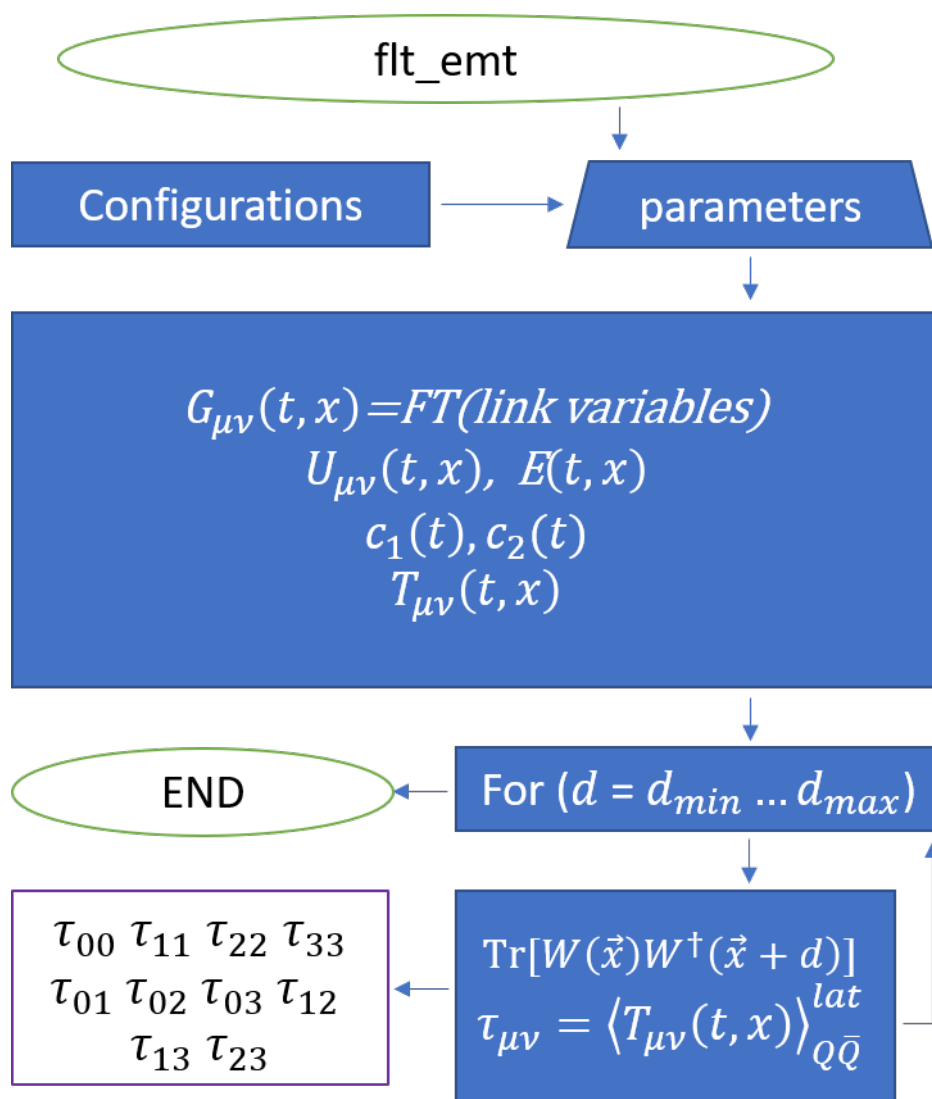
гэж илэрхийлэгдэнэ. Энд $L(\mu, t) \equiv \ln(2\mu^2 t) + \gamma_E$, ба γ_E нь Эйлерийн тогтмол.

$T_{\mu\nu}$ -аар урсгалын хоолойг хэмжих програм

ЭИТ-ийг тооцоолох програмаа Зураг 3-т үзүүлсэн ерөнхий алгоритмын дагуу CUDA/C++ хэл дээр SIMULATEQCD багц програмын латтис сангуудыг ашиглан зохиосон. Ингэхдээ нялагдсан оронд ЭИТ-ийг тодорхойлдог гэж инвариант операторуудыг програмчилсан хэсэг болон дээр авч үзсэн хөндөх онолын c_1, c_2 коэффициентүүдийг бодох хэсгийг нэгтгэн бүтэн ЭИТ-ийг тооцоолох хэсгийг програмчилсан. ЭИТ-ийг тооцоолох програмаар

- Кварк антикваркийн систем бүхий локаль,
- Кварк антикваркгүй тохиолдолд системийн глобаль

хэмжигдэхүүнүүдийг тооцоолох боломжтой. ЭИТ нь тэгш хэмтэй матриц учир



Зураг 3. ЭИТ-ийг тооцоолох програмын алгоритм.

тооцооллын хугацаа хэмнэх үүднээс гол диагоналиас дээших арван элементээр нь тооцоологддог. Ийм учраас кварк антикварк бүхий системийн хувьд ЭИТ-ийг тооцоолох програмыг ажиллуулснаар гол диагоналиас дээших арван элементийн утга болох T_{ii} ($i = 0, 1, 2, 3$), T_{0i} ($i = 1, 2, 3$), T_{1i} ($i = 1, 2, 3$), нормчлогдсон emt_norm , хоорондоо R зайд байрлах Поляков гогцооны корреляцийн утга plc_sum гэсэн 12 гаралтын файл үүснэ.

Харин кварк антикварк байхгүй тохиолдолд энтропийн нягт, трейс аномаль гэх

мэт глобаль хэмжигдэхүүнийг тооцоолж болох ба энтропийн нягт ent_dens -ыг тооцоолох програмыг ажиллуулснаар гаралтанд градиент урсгалын утга болгон дээр хэмжсэн энтропийн нягт бүхий файлууд үүснэ.

2.3 Шинэ GPU

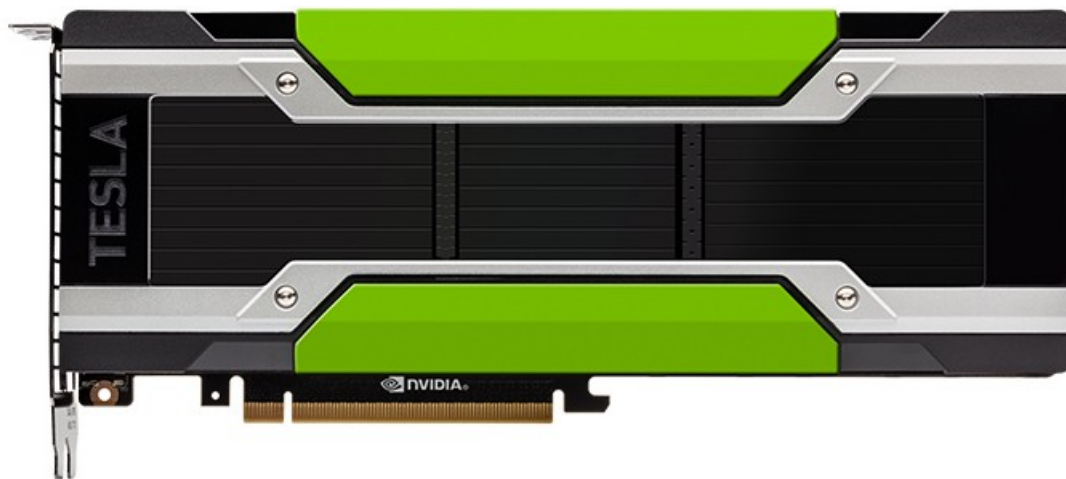
Сүүлийн хорин жилийн хугацаанд хурдацтай хөгжиж буй хүчирхэг компьютер, GPU технологи, төрөл бүрийн дэвшилтэт тооцооллын техник, стратегийн ачаар латтис КХД онолын ихэнх тоон симуляцууд физикийг тасралтгүй, бодит ертөнцөд маш ойртуулж байна. График дүрслэлийн чиглэлээр үйлдвэрлэгдэж эхэлсэн GPU нь шинжлэх ухаан, технологийн салбаруудын компьютер болон математик загварчлал, тооцоолол зэрэгт ихээхэн ашиглагдах болсон. Үүний улмаас үүссэн эрэлт хэрэгцээг хангахын тулд NVIDIA тэргүүтэй компаниуд GPU-ний технологи болон түүнд зориулсан програмчлалын хэл (CUDA)-ийг жил ирэх бүр маш хурдацтайгаар сайжруулан хөгжүүлсээр байна. Үүний үр дүнд хэдхэн жилийн өмнө шинэ, хамгийн сайн нь байсан технологи өнөөдөр хуучин хоцрогдол гэж тооцогдохоор болжээ. Хамгийн ойрын нэг жишээ нь NVIDIA компаниас 2020 оны 5 сард гаргасан ampere архитектуртай GPU нь 2017 оны 12 сард гарсан өөрөөсөө өмнөх үеийн хамгийн хурдан volta архитектуртай GPU-наас 16 дахин хурдан тооцоолол хийдэг. Өөрөөр хэлбэл, өмнө нь нэг жил тооцоолдог байсан бодлогыг өнөөдөр сар хүрэхгүй, 20 гаруй өдөрт шийддэг болжээ. Энэ мэт NVIDIA-аас гаргасан GPU-ны хөгжлийн тойм мэдээллийг доорх хүснэгтэнд харуулав.

Манай лабораторын хувьд 2021 онд тооцоо судалгааны нөхцлөө илүү сайжруулахын тулд Зураг 4-т харуулсан NVIDIA Tesla P100 GPU-г авч, лабораторынхоо воркстейшинд суурилуулан ажиллаж байна.

Энэхүү GPU нь паскал график чипд суурилсан, видео карттай маш төстэй боловч монитор дээр график дүрслэхээс илүүтэйгээр инженерчлэл, техникийн шинжлэх ухааны өндөр хүчин чадал шаардсан тооцоо судалгаанд ашиглагддаг бөгөөд суперкомпьютер, кластерт байрлуулахад зориулагдсан. Tesla P100 нь 16

Хүснэгт 4. NVIDIA -аас гаргасан GPU-ны хөгжил.

	GPU-ны марк /төрөл/	Гаргасан он
1.	NVIDIA GeForce /GT1010, GT1010 DDR4, GT1030, Г.М /	2016-2021
2	NVIDIA Quadro /T600, T1000, T400, RTX 6000 Ada, Г.М/	2016-2020
2.	NVIDIA Tesla Pascal /P4, P6, M2075, P10, P100, P100 SXM2, V100, Г.М/	2016-2017
3.	NVIDIA Kepler /GT630, GT710, GT640, GT780, Г.М/	2016-2020
4.	NVIDIA Tegra /jetson TX, Г.М/	2016

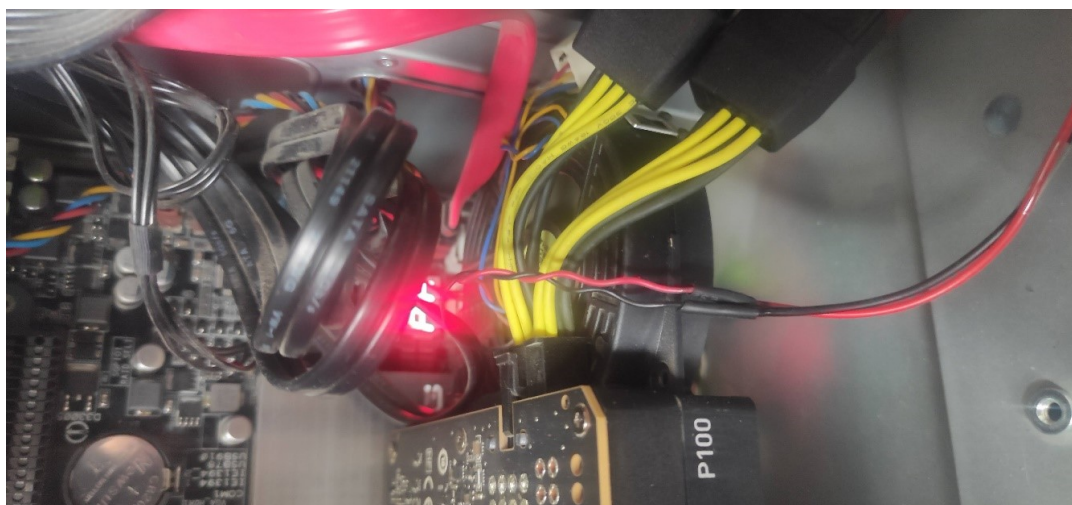


Зураг 4. NVIDIA Tesla P100 GPU.

нм үйлдвэрлэлийн процесст суурилсан анхны бүрэн хэмжээний NVIDIA GPU юм. NVIDIA NVLink технологи бүхий Tesla P100 GPU нь дан видео карттай харьцуулахад тооцооллын хурдыг ихээхэн хурдасгах боломжийг олгодог.

2.3.1 GPU тохируулга

Tesla P100 GPU нь өөр дээрээ хөргөгч сэнсгүй тул нэмэлт сэнсийг зөв байрлуулж, агаарын урсгалыг зөв байршилд тохируулснаар ашиглах боломжтой болно. Иймд GPU-г хөргөх зориулалтаар хоёр сэнсийг воркстейшиндээ суурилууллаа.



Зураг 5. Дотор хэсэгт суурилуулсан хөргүүр сэнс.

Эхлээд Зураг 5-д харуулсан воркстейшны дотор, GPU-нь ар хэсэгт суурилуулсан сэнсний хувьд энгийн хэмжилтгүй үед 36° -тай байсан ба хэмжилт эхлэхэд температур нь нэмэгдэж 79° хүрснээр GPU автоматаар салж хэмжилт зогсож байсан. Иймд GPU-ны хөргөлтийг нэмэгдүүлэх зориулалтаар воркстейшны гадна хэсэгт өөр нэгэн нэмэлт сэнсийг байрлуулснаар GPU-ны температур энгийн хэмжилтгүй үед 31° болж буурсан. Ингэснээр хэмжилтүүдээ явуулах бүрэн боломжтой болсон. Гадна хэсэгт байрлуулсан нэмэлт сэнсийг Зураг 6-д харуулав.

Мөн үйлдлийн системийг Ubuntu 14.20 болгон шинэчилсэн. Ингэхдээ дөрвөн хатуу дискийг хоёр хоёроор нь RAID1-ээр m100г хийж LVM-ээр нэгтгэсэн. Воркстейшнээ тохируулж дууссаны дараа GPU-ны ажиллагааг шалгахын тулд CUDA 11 суулгаж parallelgpuscode ажиллуулж, дараах тест хэмжилтүүдийг гүйцэтгэв.



Зураг 6. Гадна хэсэгт суурилуулсан хөргүүр сэнс.

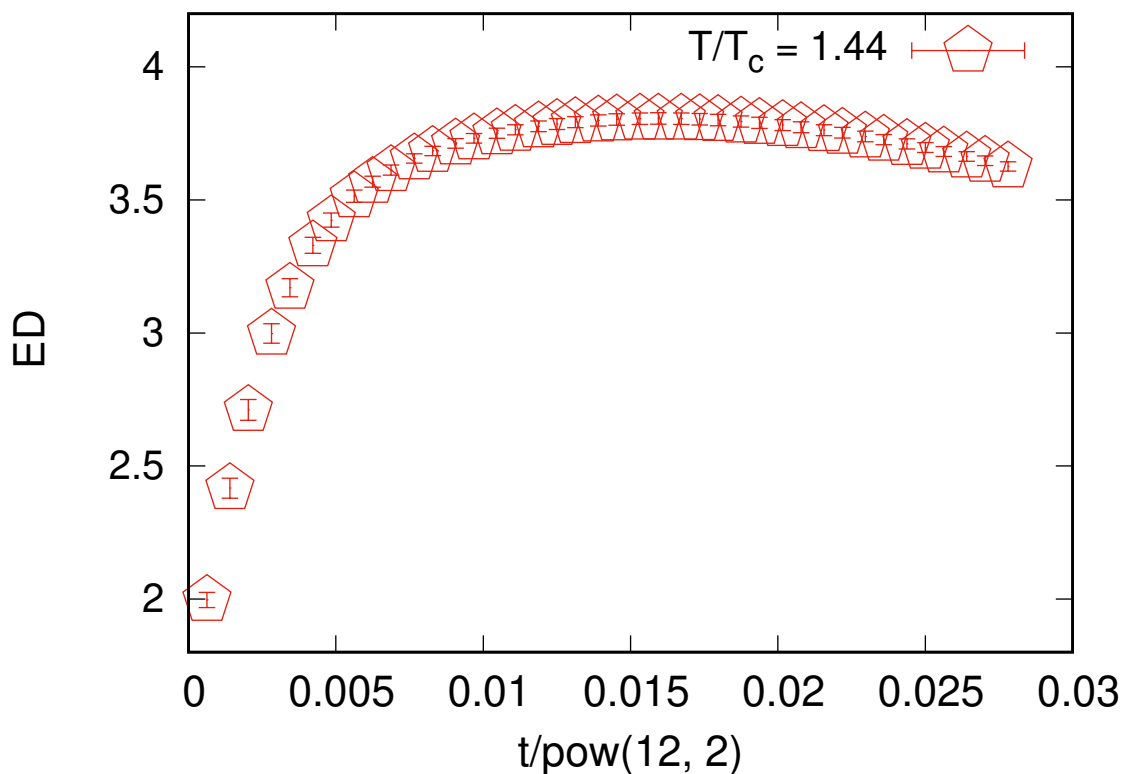
2.3.2 Тест хэмжилтүүд

Шинэ GPU ашигласнаар дараах давуу талууд бий болсон. Үүнд:

- Хэмжилт богино хугацаанд явагдснаар цаг хугацаа хэмнэсэн.
- Хэмжилтийг илүү том латтисууд дээр хийх боломжтой болсон.
- GPU-дээ тохируулан програмуудаа сайжруулсан.

Шинэ GPU-ны тохируулгаа шалгахын тулд шинээр ЭИТ гэсэн хэмжигдэхүүнээс энтропийн нягтын хэмжилтийг $T/T_c = 1.44$ байхад гурван өөр хэмжээтэй латтис дээр хийж GPU-ны ажиллагааг шалгав. $32^3 \times 8$ латтис дээрх энтропийн нягтын урсгалт хугацаанаас хамаарсан плотыг Зураг 7-д харууллаа.

Хэмжилтийг гурван өөр хэмжээтэй латтис дээр хийж гүйцэтгэхэд $32^3 \times 8$ латтис дээр конфигурац үүсгэхэд нэг цаг, хэмжилт нь хоёр цаг, $48^3 \times 12$ латтис дээр конфигурац үүсгэхэд таван цаг, хэмжилтийг найман цаг, $64^3 \times 16$ конфигурац үүсгэхэд 24 цаг, хэмжилтийг 12 цаг хийж гүйцэтгэсэн. Хэмжилтийн явцад ямар нэг алдаа гараагүй мөн хэмжилтийн ерөнхий хамаарал бусад судлаачдынхтай адилхан байсан учраас GPU-ны ажиллагаа хэвийн, тохируулга зөв хийгдсэн гэж үзээд бусад хэмжилт тооцооллоо үргэлжлүүлэн хийж байна.

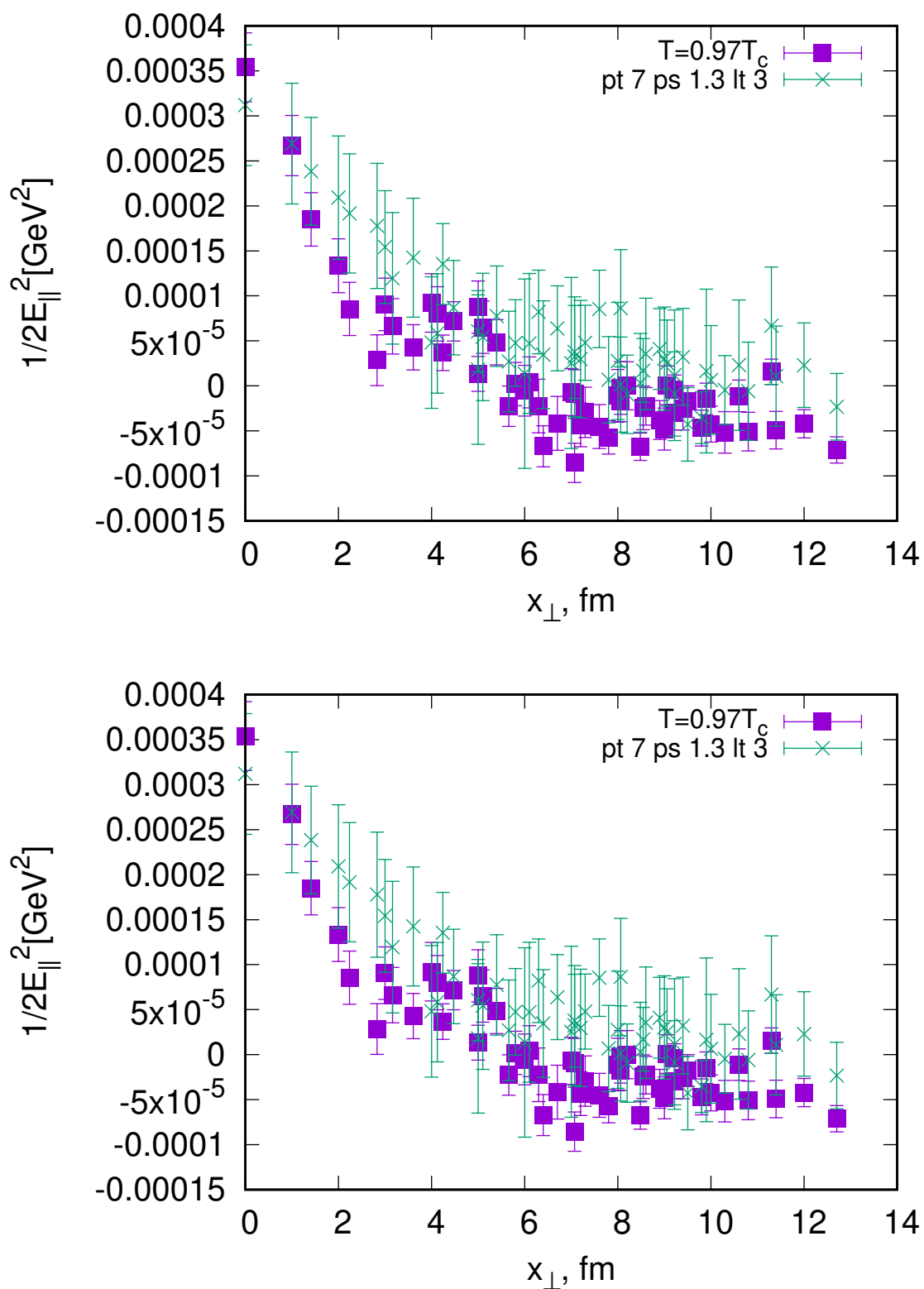


Зураг 7. Шинэ GPU дээр хийсэн $32^3 \times 8$ латтис дээрх энтропийн нягтын үр дүн.

Мөн цэвэр гэж онолын тохиолдолд өмнө нь ‘Tesla M2075’ GPU дээр хийсэн $32^3 \times 8$ латтис дээрх урсгалын хоолойн хэмжилтийг давтан хийсэн. Хэмжилтийг өмнөх хэмжилттэй ижил шинээр 2000 конфигурац үүсгэн хийсэн. Гарсан үр дүнгээ харьцуулан Зураг 6-д харууллаа.

Ингэхэд үр дүн яг таарч байсан ба шинэ GPU ашигласнаар өмнөх хэмжилтээс 40 дахин богино хугацаанд конфигурацуудыг үүсгэж, хэмжилт явагдсан.

Мөн шинэ GPU дээр ЭИТ ашиглан кварк антикваркийн эргэн тойрон дахь хэмжилтүүдийг ч гүйцэтгэх боломжтой болсон.



Зураг 8. Шинэ болон хуучин GPU дээр хийсэн хэмжилтийн харьцуулалт.

Бүлэг 3. Хэмжилт, үр дүн

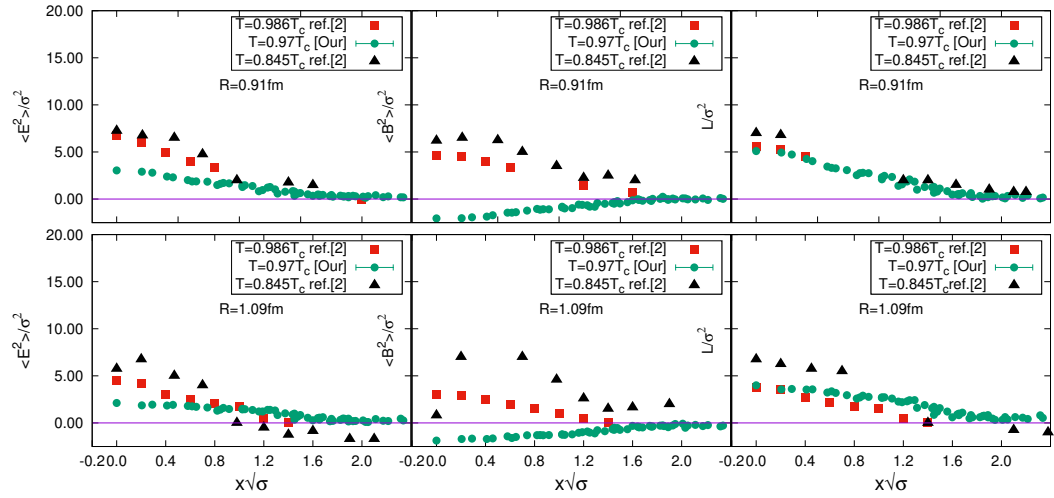
3.1 Цэвэр гэйж онолын хэмжилт, үр дүн $/32^3 \times 8/$

Цэвэр $SU(3)$ гэйж онолын хүрээнд $N_s = 32, N_t = 8$ хэмжээтэй латтис дээр тогтмол температурт статик кварк антикваркийн хос бүхий урсгалын хоолойг судлах зорилгоор хромоцахилгаан болон хромосоронзон орны байгуулагчуудын мөн үйлчлэлийн нягт, энергийн нягтын кваркуудыг холбосон тэнхлэгийн дагуу болон тэнхлэгт хөндлөн зайд түгсэн түгэлтийг судлав. Цаашлаад эдгээр байгуулагчууд болон энергийн нягтын хөндлөн зайд түгсэн түгэлтээс урсгалын хоолойн өргөнийг тооцооллоо. Урсгалын хоолойн хэмжилтийг

1. Температур тус бүр дээр цэвэр гэйж орны 2000 конфигураци үүсгэх,
2. Урсгалт хугацааны гурван утганд градиент урсгалын арга ашиглан статистик шуугианыг бууруулах,
3. Урсгалын хоолойн хэмжилтийг хийх

гэсэн гурван алхмын дагуу хийж, үр дүнг боловсруулан, цаашлаад хэмжилтийн үр дүнгээ бусад судлаачдын $SU(3)$ цэвэр гэйж онол [2] болон динамик кваркийн нөлөөг тооцсон бүтэн КХД-ийн онолоор [3] тооцоолсон үр дүнгүүдтэй харьцуулав. Зураг 9-д кварк хоорондын зай 0.91 фм, 1.09 фм байхад хромоцахилгаан, хромосоронзон орны байгуулагчууд болон үйлчлэлийн нягтын хөндлөн түгэлтийг цэвэр гэйж онол [2]-ын үр дүнтэй харьцууллаа. Энд нэгдүгээр баганад нийт хромоцахилгаан, хоёрдугаар баганад хромосоронзон орны байгуулагчийн, гуравдугаар баганад үйлчлэлийн нягтын хөндлөн түгэлтийг харуулав.

Цэвэр гэйж онолын үр дүнтэй харьцуулахад яг ижил температурт хийсэн судалгааны ажил байгаагүй тул, өөрсдийн хэмжилт хийсэн $0.97T_c$ температурын утгаас бага зэрэг их болон бага хоёр температурын үеийн үр дүнг сонгон авч харьцууллаа. Харьцуулсан зургаас харахад кваркуудыг холбосон тэнхлэгээс хөндлөн зайд түгсэн буюу $(R/2, x_\perp)$ -хавтгай дээрх нийт хромоцахилгаан болон хромосоронзон орнуудын хувьд хэмжилтийн утга нь бусад судлаачид [2]-ын үр дүнгээс бага утгатай байсан. Харин үйлчлэлийн нягтын түгэлтийн хувьд тус



Зураг 9. Нийт хромоцахилгаан, хромосоронзон орон болон үйлчлэлийн нягтын үр дүнгүүдийн харьцуулалт.

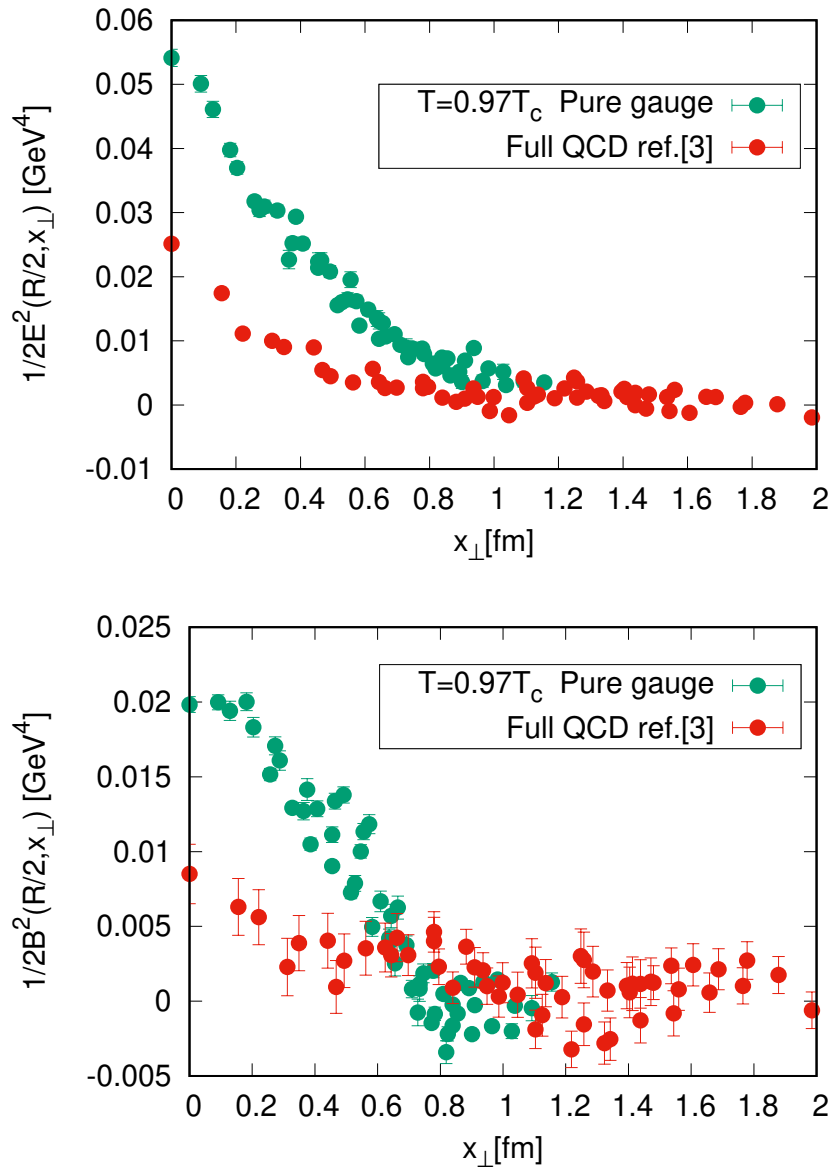
ажлын хоёр температур дахь хэмжилтийн утгуудын голоор буюу $T = 0.986T_c$ температурын үр дүнтэй ойролцоо утгатай байв. Мөн хэмжилтийн үр дүнгээ өөрсдийн бүтэн КХД-ийн онолоор тооцоолсон [3] үр дүнтэй харьцууллаа. Хүснэгт 5-т хэмжилтийн параметруудийг харуулав.

Хүснэгт 5. Цэвэр гэйж болон бүтэн КХД онолуудыг харьцуулах хэмжилтийн параметрууд.

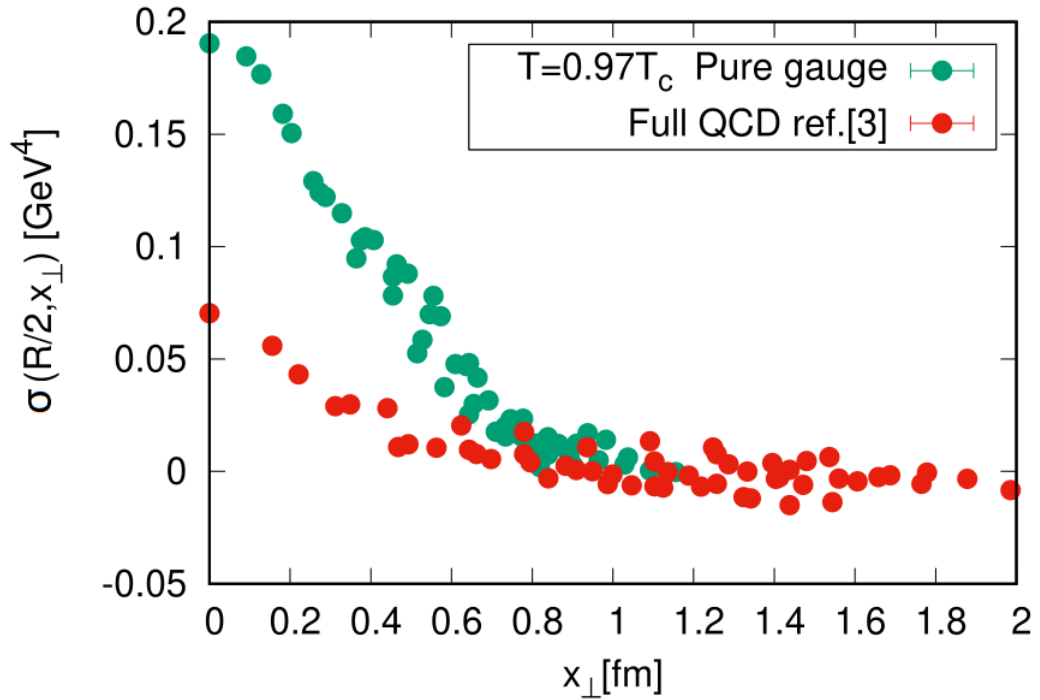
$N_s \times N_\tau$	T/T_c	R	Цэвэр гэйж онол		Бүтэн КХД онол [3]	
			β	a [фм]	β	a [фм]
$32^3 \times 8$	0.97	4a-16a	6.043	0.091	6.360	0.156
	1.03		6.081	0.086	6.445	0.147
	1.09		6.117	0.081	6.500	0.139

Хүснэгт 5-д харуулсанчлан $0.97T_c$, $1.03T_c$, $1.09T_c$ температурын утгуудад тооцоолсон үр дүнгүүдээр харьцуулалтаа хийсэн. Зураг 10-т деконфайнмент фаз дахь хромоцахилгаан, хромосоронзон орнуудын болон үйлчлэлийн нягтын квар-

куудыг холбосон тэнхлэгээс хөндлөн зайд түгсэн түгэлтийг бүтэн КХД онолын [3] үр дүнтэй харьцуулан зурав. Энд кварк хоорондын зай $R = 0.91$ фм. Зургаас харахад цэвэр гэйж онолын тохиолдолд физик хэмжигдэхүүнүүдийн утга хөндлөн зайнаас хамаараад огцом буурч байгаа бол бүтэн КХД онолынх алгуур буурч байна. Мөн цэвэр гэйж онолын хэмжигдэхүүний утга бүтэн КХД-ийнхаас их байгаа нь харагдаж байна.



Зураг 10 а. Хромоцахилгаан ба хромосоронзон орны хөндлөн түгэлтийн харьцуулалт, $R = 0.91$ фм.



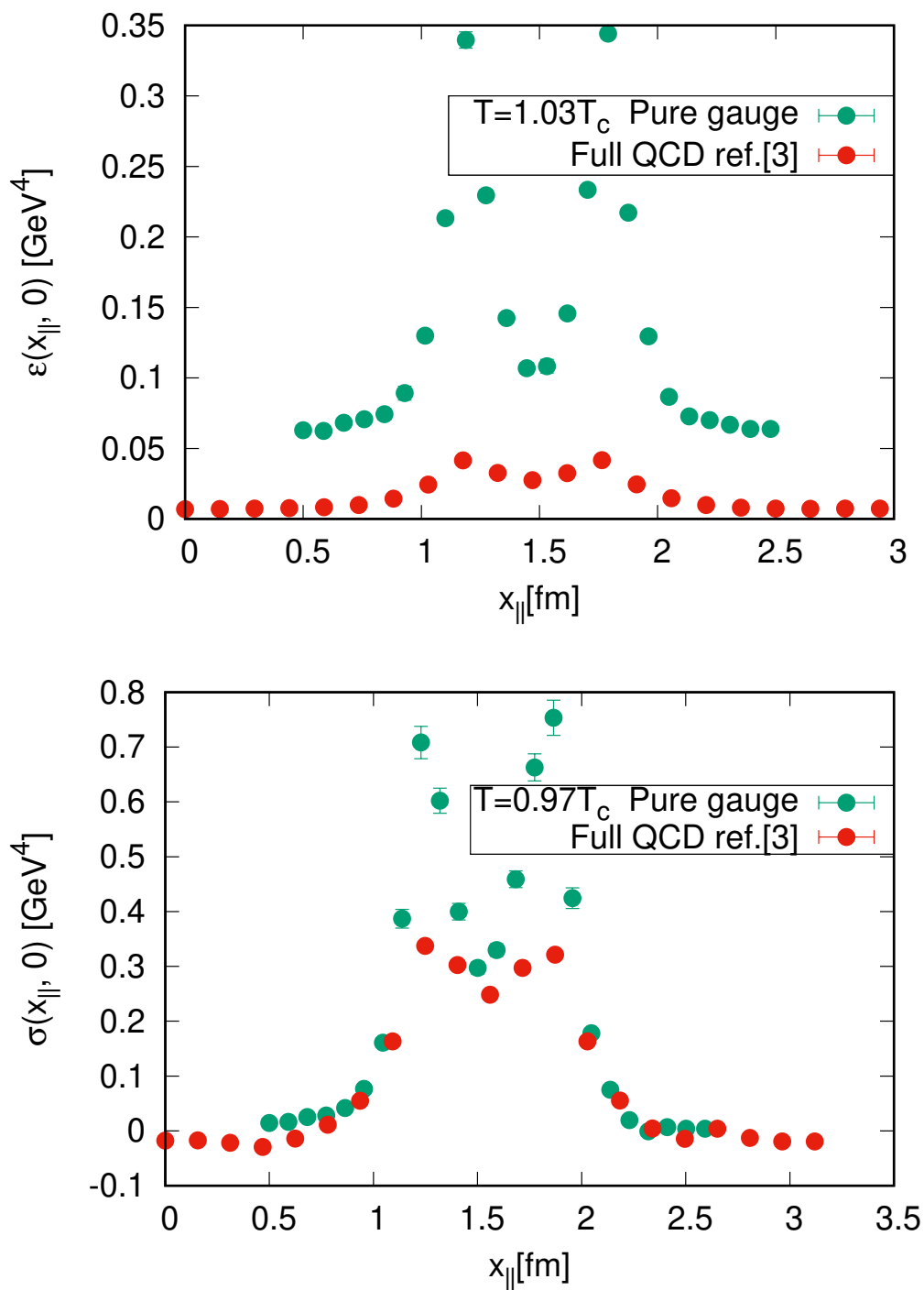
Зураг 10 б. Үйлчлэлийн нягтын хөндлөн түгэлтийн харьцуулалт, $R = 0.91$ фм.

Мөн Зураг 11-д хоёр кваркийг холбосон тэнхлэгийн дагуу түгсэн энерги болон үйлчлэлийн нягт тууш түгэлтүүдийг харьцуулав. Энд энергийн нягтыг $T = 1.03T_c$, үйлчлэлийн нягтыг $T = 0.97T_c$ температурт харьцууллаа.

Тууш түгэлтийн харьцуулалтаас мөн л цэвэр гэж онолын хэмжилтийн утга нь их байгаа зүй тогтол ажиглагдлаа.

Дээрх гурван температураа илүү өргөтгөн $T = 0.859T_c, 0.97T_c, 1.03T_c, 1.09T_c, 1.233T_c, 1.867T_c$ температурыудын утганд урсгалын хоолойн өргөнийг тооцоолсон үр дүнгээ энд танилцуулъя. Градиент урсгалын арга ашиглан урсгалт хугацааны $t = 0.25$ утганд статистик шуугианыг бууруулсан. Хэмжилтээ parallelgpruicode багц програм ашиглан хийж датагаа боловсруулж, урсгалын хоолойн өргөнийг тооцооллоо. Урсгалын хоолойн өргөнийг

- Энергийн нягтын хөндлөн түгэлт,
- Энергийн нягтыг тодорхойлох хромоцахилгаан болон хромосоронзон орны параллель байгуулагчуудын хөндлөн түгэлтэнд



Зураг 11. Энерги болон үйлчлэлийн нягтын тууш түгэлтүүдийн харьцуулалт, $R = 0.6$ фм.

тохирох функцээр фит хийж бодно. Энэ хоёр тохиолдлыг дэлгэрэнгүй авч үзье. Эхлээд энергийн нягт ашиглан өргөнийг хэрхэн тооцоолж болохыг авч үзье. Энергийн нягтын хөндлөн түгэлтээс урсгалын хоолойн өргөн

$$D = \frac{\int dx_{\perp}^2 x_{\perp} x_{\perp}^2 \varepsilon(x_{\perp})}{\int d^2 x_{\perp} \varepsilon(x_{\perp})} \quad (3.1)$$

гэж тодорхойлогдоно. Энд энергийн нягтын хөндлөн түгэлтэнд фит хийхдээ экспоненциал $f_1(x)$, $f_2(x)$ болон Кулоны төст $f_3(x)$ функцуудыг ашиглалаа.

○ Экспоненциал

$$f_1(x) = ae^{-bx} + c, \quad (3.2)$$

функцээр фит хийгээд томъёо (3.1)-ийг бодвол, урсгалын хоолойн өргөн

$$D^2 a^{-2} = \frac{6}{b^2} \quad (3.3)$$

томъёогоор,

$$f_2(x) = ae^{-bx^2} + c, \quad (3.4)$$

функцээр фит хийвэл урсгалын хоолойн өргөн

$$D^2 a^{-2} = \frac{1}{b^2} \quad (3.5)$$

гэж олдоно. Харин Кулоны төст

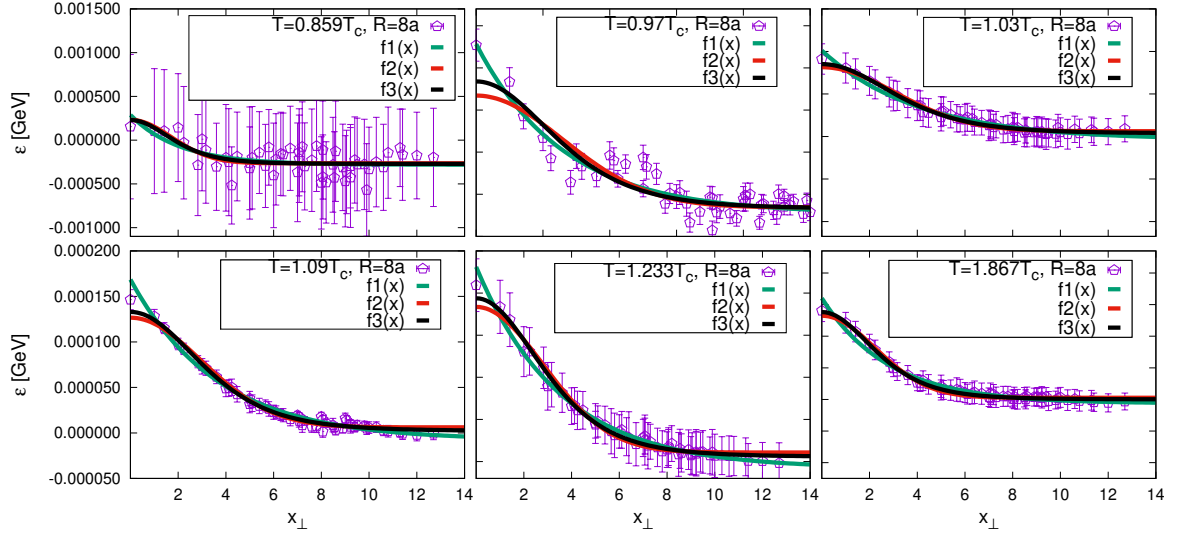
$$f_3(x) = \frac{a}{(b + x_{\perp}^2)^3} \quad (3.6)$$

функц ашиглавал өргөний утга

$$D^2 a^{-2} = b \quad (3.7)$$

гэж олдоно. Эдгээр функцуудаас тохирох функцийг сонгохын тулд фит хийсэн функцуудаа хооронд нь харьцуулан Зураг 12-г харуулав.

Фитийн харьцуулалтаас харахад эдгээр функцууд ерөнхийдөө тохирч байсан ба чөлөөний зэрэг χ^2 -ийн утга (1-тэй ойролцоо бол тохирч байна гэж үзнэ) 1-тэй хамгийн ойролцоо байх $f_3(x)$ функцийг сонгосон.



Зураг 12. Фит хийсэн гурван функцийн харьцуулалт.

○ Дараа нь хоёр өөр хэмжигдэхүүнд нэг зэрэг хийж болдог simultaneous фитийг ашиглан өргөнийг тооцоолсон. Хромоцахилгаан болон хромосоронзон орны параллель байгуулагчдаар урсгалын хоолойн өргөнийг

$$D = \frac{\int dx_{\perp}^2 x_{\perp} x_{\perp}^2 (E_{\parallel}^2 - B_{\parallel}^2)}{\int d^2 x_{\perp} (E_{\parallel}^2 - B_{\parallel}^2)} \quad (3.8)$$

гэж тооцоолно. Энд хромоцахилгаан орны параллель байгуулагч E_{\parallel} -ийн хөндлөн түгэлтэнд

$$\frac{1}{2\beta} E_{\parallel}^2(R, x_{\perp}) = \frac{a_1}{(a_2 + x_{\perp}^2)^3} + \frac{a_3}{(a_4 + x_{\perp}^2)^3} \quad (3.9)$$

функцээр, хромосоронзон орны параллель байгуулагч B_{\parallel} -ийн хөндлөн түгэлтэнд

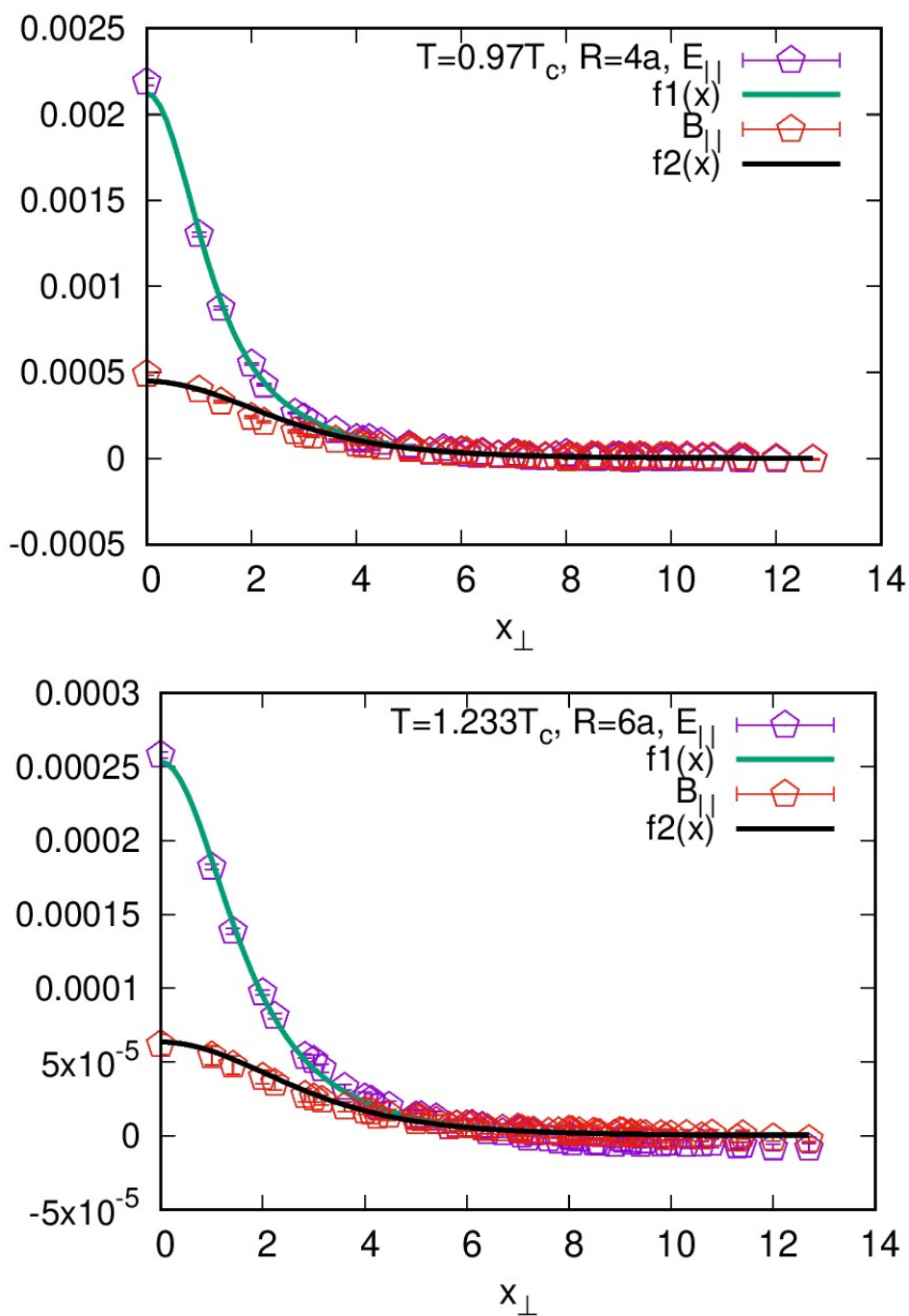
$$-\frac{1}{2\beta} B_{\parallel}^2(R, x_{\perp}) = \frac{a_1}{(a_2 + x_{\perp}^2)^3} \quad (3.10)$$

функцээр нэгэн зэрэг фит хийн урсгалын хоолойн өргөнийг

$$D^2 a^{-2} = a_4 \quad (3.11)$$

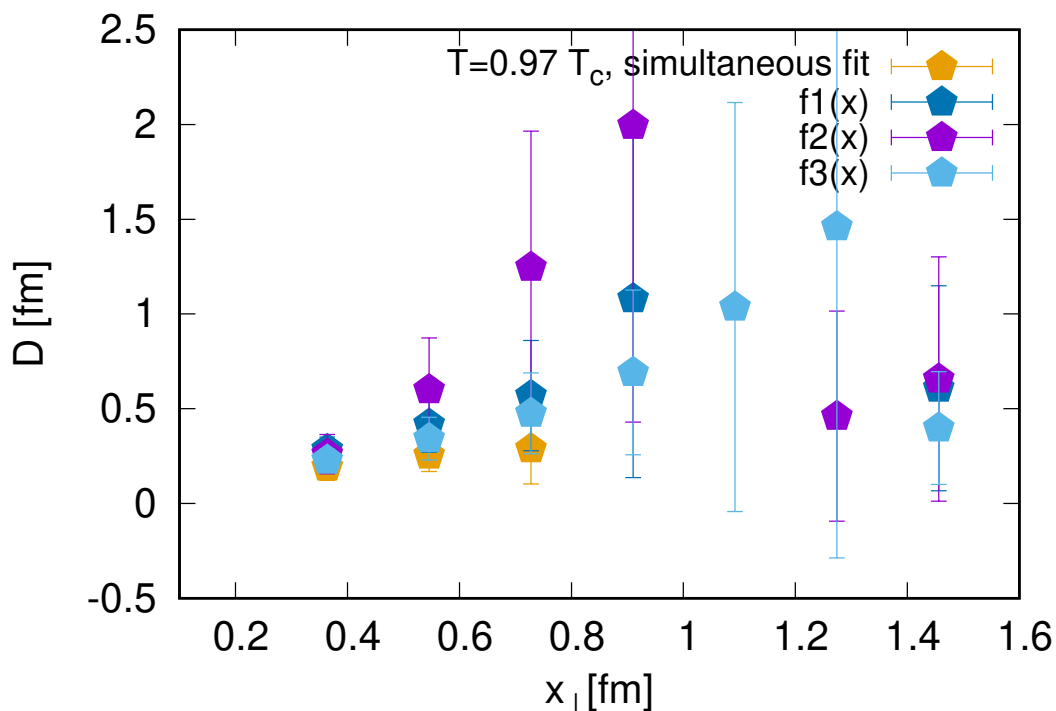
гэж олно. Хоёр байгуулагчийн хөндлөн түгэлтэнд хийсэн simultaneous фитийг Зураг 13-т харуулав.

Энергийн нягтын хөндлөн түгэлтэнд хийсэн фит функцууд болон simultaneous



Зураг 13. Хромоцахилгаан болон хромосоронзон орны параллель байгуулагчудад хийсэн Simultaneous fit.

фит ашиглан өргөн бодсон үр дүнгүүдээ хооронд нь харьцуулан Зураг 14-т харууллаа. Мөн энэ зургаас кварк хоорондын зай ихсэхэд урсгалын хоолойн өргөн ихсэж байгаа хамаарлыг харж болно.



Зураг 14. Фит функцуудын харьцуулалт.

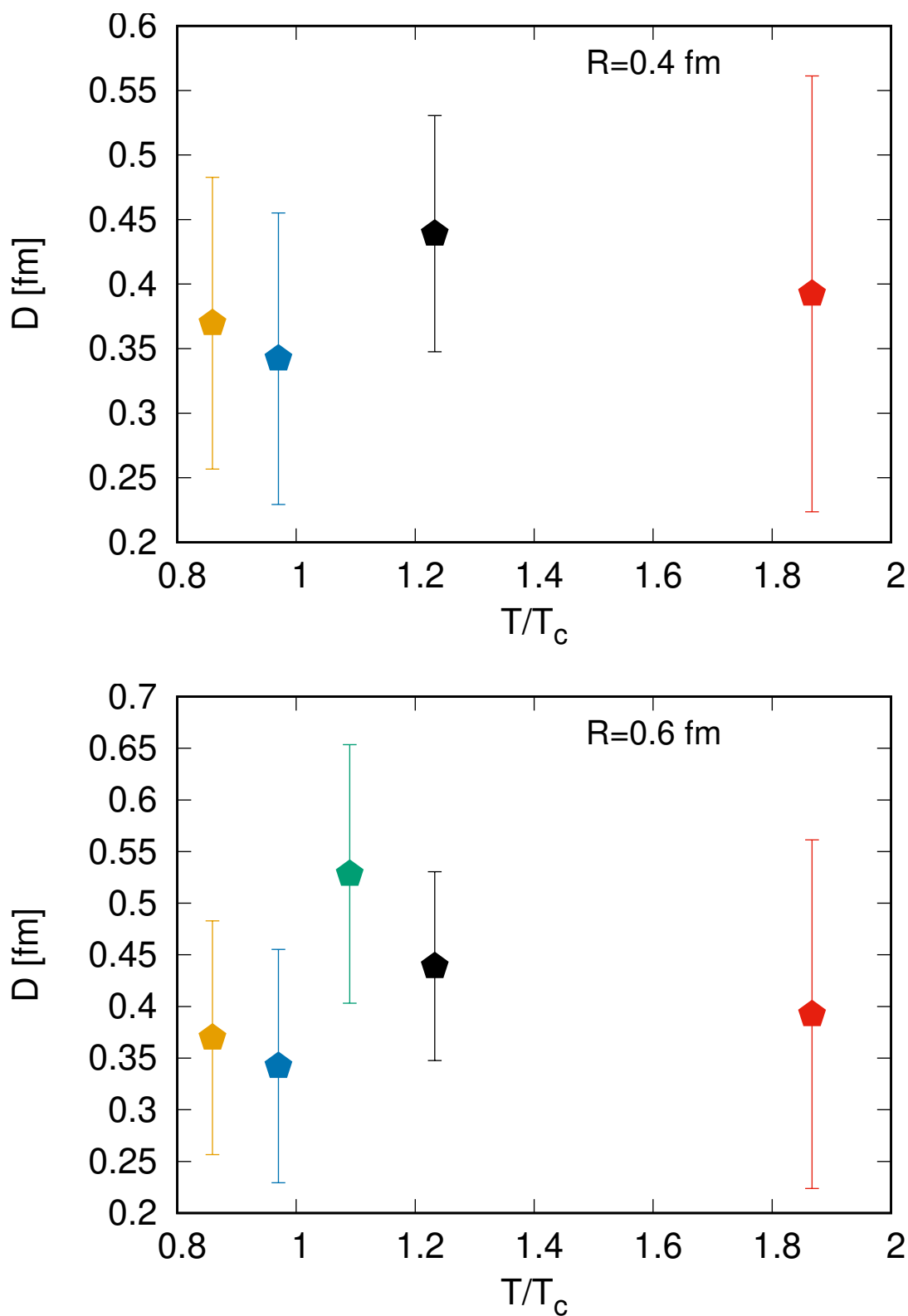
Орны параллель байгуулагчуудад хийсэн фитийн хувьд кварк хоорондын зай ойр буюу 0.75 фм-ээс бага байхад сайн тохирч байсан бол $R=0.75$ фм-ээс их зайд ажиллахгүй байсан учраас цаашдаа энергийн нягтын хөндлөн түгэлтэнд фит хийж бодсон үр дүнгээ ашиглан харьцуулалтуудаа хийсэн.

Энергийн нягтын хөндлөн түгэлтэнд хийсэн $f_3(x)$ функцийг хамгийн сайн тохирч байна гэж үзээд энэ функцийн фитийн параметруудийг Хүснэгт 6-д харуулан эдгээр параметруудээр урсгалын хоолойн өргөнийг тооцоолсон.

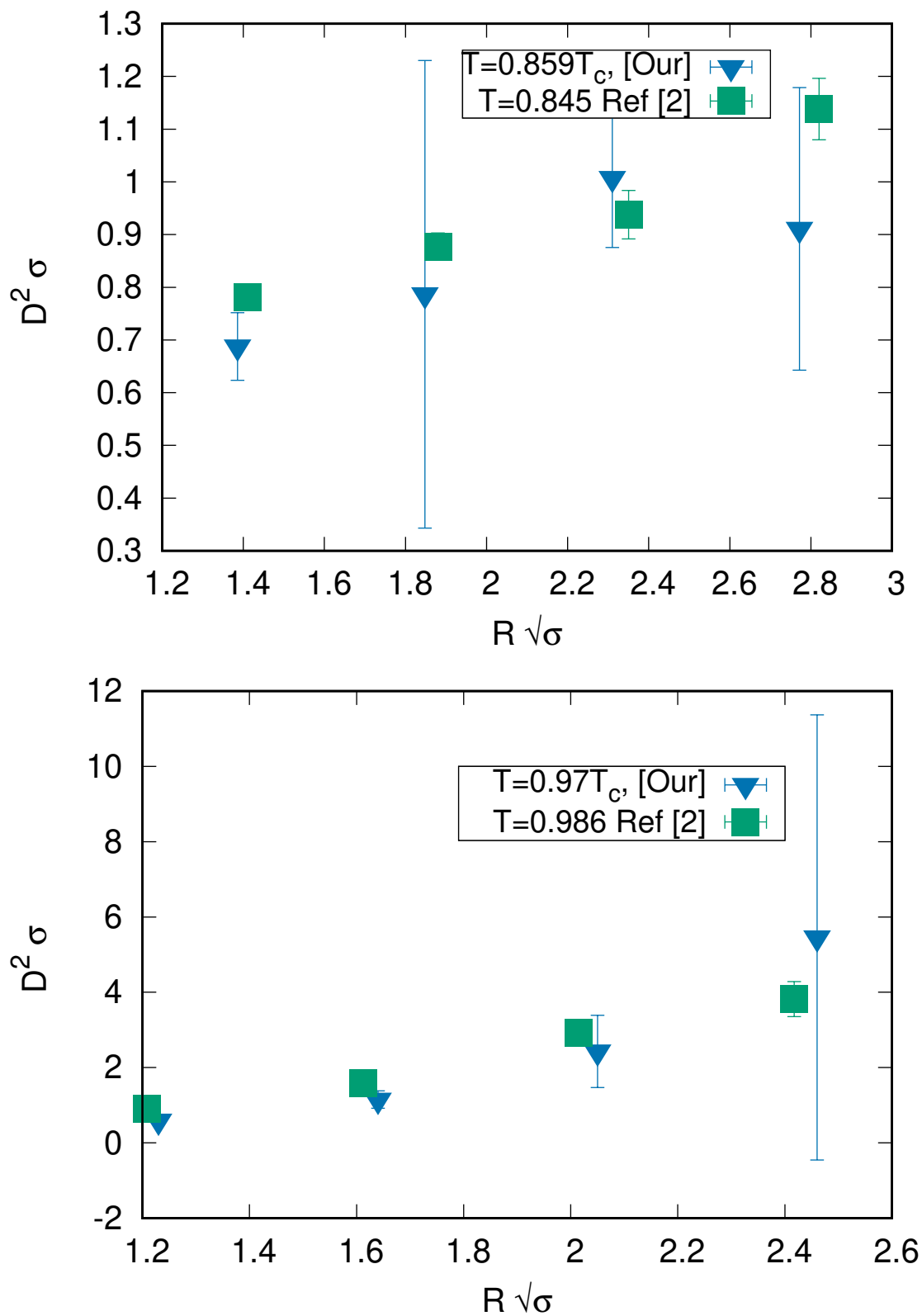
Хүснэгт 6. Урсгалын хоолойн өргөнийг бодох фитийн параметрүүд.

β	T/T_c	$f_3(x)$			
		R	χ	b	δb
5.970	$T = 0.859T_c$	4a	0.227	5.946	2.438
		6a	0.321	1.527	5.644
		8a	0.328	6.682	1.047
		10a	0.317	1.725	2.384
		12a	0.386	1.939	3.475
		14a	0.288	10.533	26.26
		16a	0.409	2.650	4.068
6.0434	$T = 0.97T_c$	4a	2.288	6.304	0.398
		6a	2.448	14.143	1.540
		8a	1.420	27.341	5.501
		10a	3.093	57.783	22.8
		12a	4.414	129.836	140.7
		14a	2.598	257.648	369.1
		16a	0.173	23.866	14.36
6.0812	$T = 1.03T_c$	4a	1.855	6.304	0.398
		6a	2.448	14.143	1.540
		8a	1.420	27.341	5.501
		10a	3.099	57.783	22.80
		12a	4.414	129.836	140.7
		14a	2.598	257.648	369.1
		16a	0.173	23.866	14.36
6.1177	$T = 1.09T_c$	4a	1.867	6.983	0.331
		6a	1.335	17.414	1.091
		8a	0.623	42.547	2.387
		10a	0.585	37.454	3.568
		12a	0.480	46.772	7.059
		14a	0.480	76.539	27.680
		16a	0.642	221.697	156.33
6.200	$T = 1.233T_c$	4a	1.749	8.155	0.365
		6a	0.462	17.2485	0.762
		8a	0.212	37.187	1.614
		10a	0.235	56.643	4.046
		12a	0.162	59.785	8.411
		14a	0.188	614.683	352.3
		16a	0.475	0.556	10.66
6.500	$T = 1.856T_c$	4a	1.8415	8.283	0.355
		6a	0.415	14.419	0.510
		8a	0.183	23.768	0.776
		10a	0.107	32.302	1.774
		12a	0.173	69.747	12.90
		14a	0.242	635.237	480.2
		16a	0.329	1.557	2.310

Зураг 15-д урсгалын хоолойн өргөний температураас хамаарах хамаарлыг кварк хоорондын зай 0.4 фм болон 0.6 фм байх хоёр тохиолдолд плотлосон. Ингэхэд ойролцоогоор критик температур хүртэл урсгалын хоолойн өргөний утга ихсэж байсан бол $1T_c$ -ээс $1.8T_c$ хүртэл температур ихсэхэд урсгалын хоолойн өргөний утга буурч байв. Урсгалын хоолойн өргөний зай болон температураас хамаарах хамаарлыг бусад судлаачдын цэвэр гэж болон өөрсдийн динамик



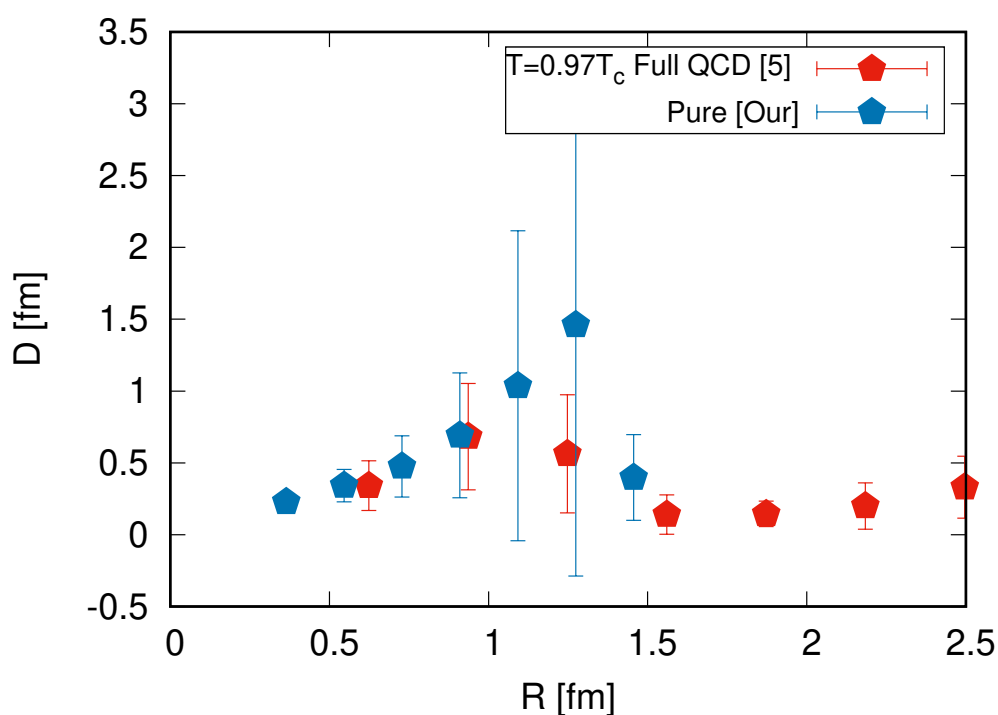
Зураг 15. Урсгалын хоолойн өргөн температураас хамаарах хамаарал.



Зураг 16. Урсгалын хоолойн өргөний зайнаас хамаарах хамааралыг цэвэр гэйж онолынхтой харьцуулсан харьцуулалт.

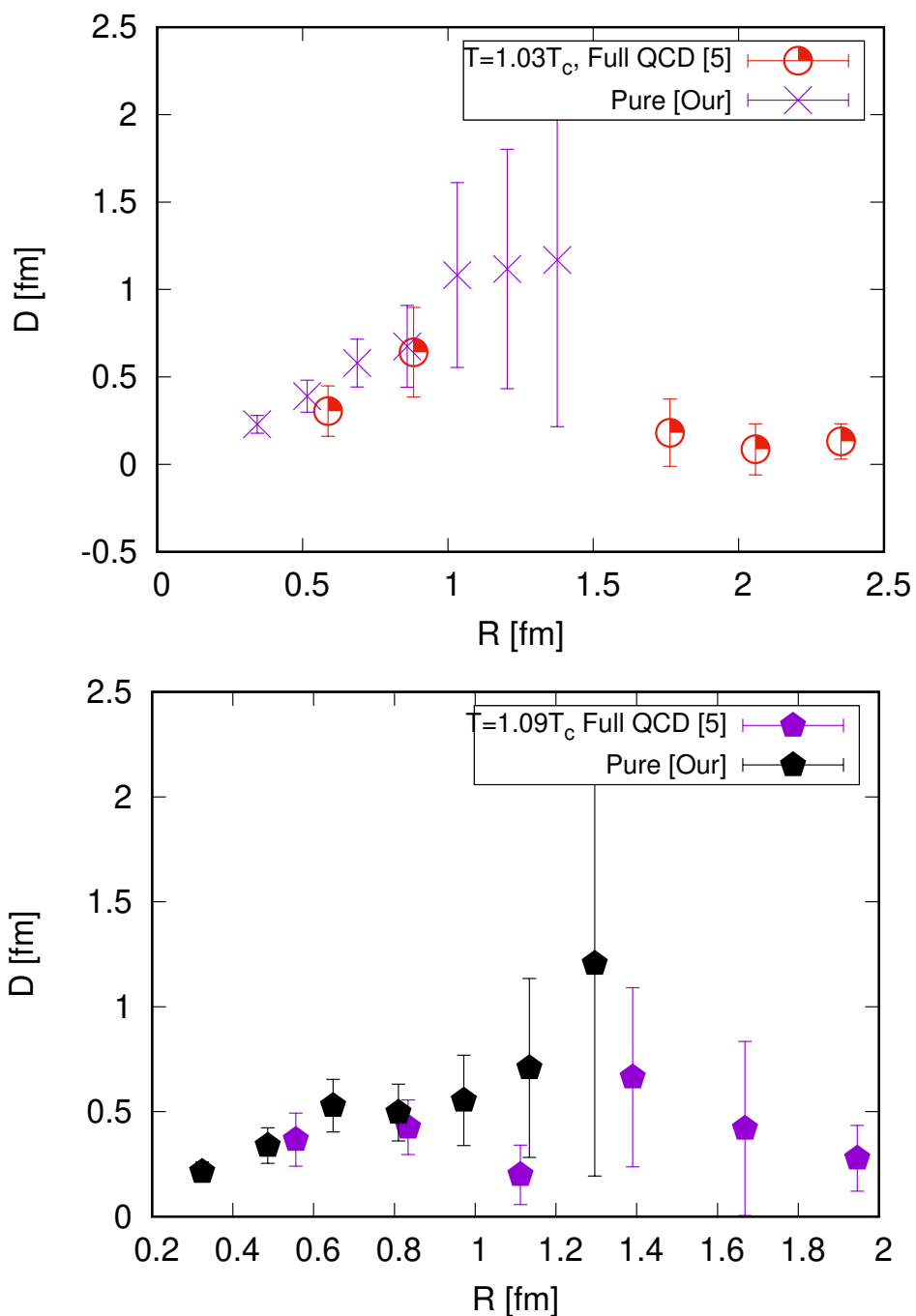
кварктай бүтэн КХД-ийн онолоор тооцоолсон үр дүнгүүдтэй харьцууллаа. Цэвэр гэж онолын харьцуулсан үр дүнг Зураг 16-т харууллаа. Зурагт харагдаж байгаагчлан кварк хоорондын зай ихсэхэд урсгалын хоолойн өргөн нэмэгдэж байгаа хамаарал болон тоон утгын хувьд таарч байна.

Зураг 17а, 17б-д урсгалын хоолойн өргөний зайнаас хамаарах, Зураг 18-д температураас хамаарах хамаарлыг бүтэн КХД онолоор тооцоолсон үр дүнтэй харьцуулан харууллаа.

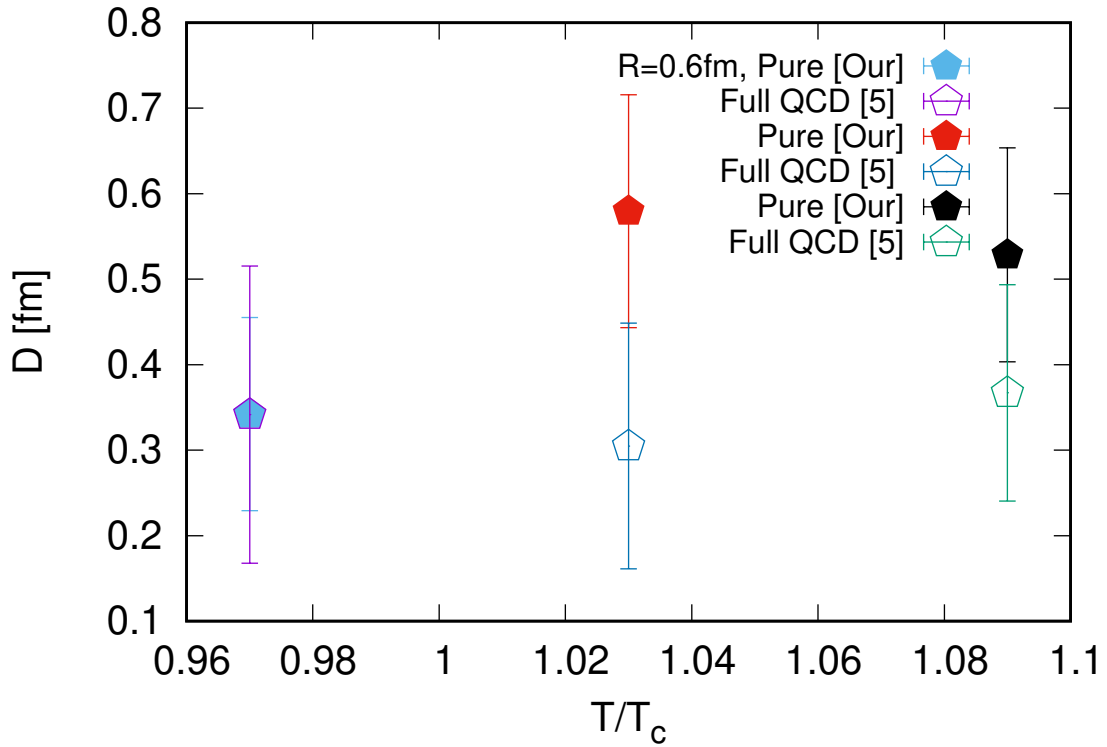


Зураг 17а. Конфайнмент фаз дахь урсгалын хоолойн өргөний зайнаас хамаарах хамаарлыг бүтэн КХД онолынхтой харьцуулсан харьцуулалт.

Зайнаас хамаарах хамаарлын хувьд тоон утга ерөнхийдөө ойролцоо байсан ч цэвэр гэж онолын тохиолдолд критик температурын орчим буюу $0.9T_c$ температурт урсгалын хоолойн өргөн кварк хоорондын зай 0.4 фм-ээс 1.3 фм хүртэл ихсээд 1.4 фм буурч байв. Харин T_c -ээс дээш температурт зай ихсэхэд хоолойн өргөний утга нэмэгдэж байв.



Зураг 176. Деконфайнмент фаз дахь урсгалын хоолойн өргөний зайнаас хамаарах хамааралыг бүтэн КХД онолынхтой харьцуулсан харьцуулалт.



Зураг 18. Урсгалын хоолойн өргөний температураас хамаарах хамаарлын харьцуулалт.

Температураас хамаарсан харьцуулалтаас цэвэр гэж онолын утга бүтэн КХД онолоор тооцоолсон утгаас бага зэрэг их байгаа нь харягдсан.

3.2 Бүтэн КХД онолын хэмжилт, үр дүн $/32^3 \times 8$, $48^3 \times 12/$

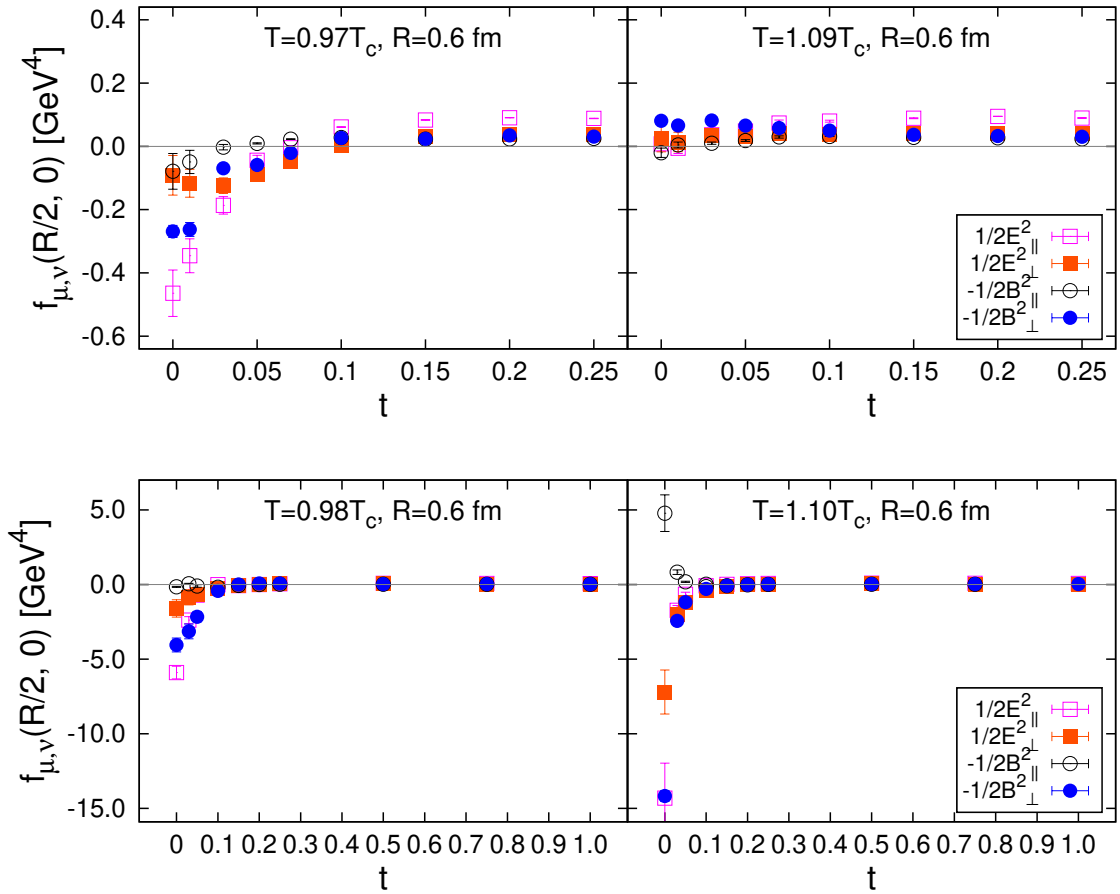
Энэхүү бүлэгт урсгалын хоолой дахь хромоцахилгаан ба хромосоронзон орон, энергийн нягтын тархалтыг кварк ба антикваркийн тусгаарлах зайны янз бүрийн утгуудад, деконфайнмент фазын шилжилтийн критик температурын ойролцоох температурт бүтэн КХД онолоор судалсан үр дүнг орууллаа. Латтис тоон симуляцийг КХД-д (2+1) кваркийн төрөлтэй HISQ/tree үйлчлэл ашиглан $32^3 \times 8$ ба $48^3 \times 12$ хэмжээтэй латтисууд дээр хийсэн. Тогтмол физикийн

шугаман дээр ажиллаж байгаа бөгөөд гаж кварк ба хөнгөн кваркийн массын харьцаа $m_s/m_l = 27$ байхаар сонгож аваад гэж холбоос тогтмолын утга тус бүр дээр m_s -ийн утгыг тогтмол байлгадаг. Тэг температурт $N_f = 2$ ба $N_f = 2+1$ кварк бүхий бүтэн КХД-ийн урсгалын хоолойнуудын талаарх сонирхолтой бөгөөд илүү нарийвчилсан судалгааг жишээ нь [22] болон [23]-аас харж болно. Эхлээд $SU(2)$ гэж бүлэгтэй царцаасан ойролцоололд урсгалын хоолойг судалсан бол дараа нь гэж бүлгийг $SU(3)$ болгон өргөтгөж, дохио шуугианы харьцааг сайжруулахын тулд градиент урсгалын шинэ аргыг ашигласнаар [25] дахь динамик кваркуудтай урсгалын хоолойн тохиолдолд илүү бодит байдлын талаархи урьдчилсан үр дүнгээ ($32^3 \times 8$, $48^3 \times 12$ латтис) гаргалаа. Ингэхдээ кварк хоорондын зай 2.5 фм хүртэлх утганд, $1.09T_c$ хүртэлх температурын үеийн үр дүнг танилцуулж байна. Динамик кварктай орны конфигурацаа HotQCD клобрацаас авсан. Symanzik гэж үйлчлэлийн сайжруулсан энгийн молекуль динамикд үндэслэсэн (HISQ/tree) RHMC алгоритм ашиглан $32^3 \times 8$ хэмжээтэй латтис дээр холбоос тогтмолын таван утга тус бүрд 6000-9000 гэж орны конфигураци үүсгэсэн. Автокорреляцийн хугацааг багасгахын тулд конфигурацаа 10 удаа шүүрдэлт тохиргоо хийж, нэгийг сонгосон. Цаашилбал датанаас таван конфигурац тус бүрээс нэг конфигурац сонгож, нийт тоог 1150 орчим болгосон. Үүсгэсэн конфигурацийг урсгалын тэгшитгэл

$$U_t(x, \mu) = -g_0^2 \partial_{x\mu} S_W(U_t) U_t(x, \mu), \quad U_t(x, \mu)|_{t=0} = U(x, \mu) \quad (3.12)$$

-ээр flowed болгосон. Гэж орны конфигурацууд нь 0.01-ийн алхамтай урсгалт хугацааны утгын 0.01-0.25 мужид урсац конфигурацууд болно. Мөн урсгалт хугацааны найман утганд хэмжилтийг хийсэн. Зураг 19-д хромо орны байгуулагчуудын хэмжээг хоёр өөр латтис дээр урсгалт хугацаа t -аас хамааруулан харуулав.

Эндээс $t = 0$ үед буюу градиент урсгалаар гөлгөр болгоогүй датаны хувьд илүү том алдааны хэрчимтэй, статистик шуугиан ихтэй болохыг харж болно. Гэхдээ урсгалт хугацааны ямар утган дахь датаг сонгох ёстой вэ? Латтисын дискретчлэлийн нөлөөг хангалттай дарахын тулд түрхэх радиус нь латтис хоорондох



Зураг 19. Дээд: $32^3 \times 8$ Доод: $48^3 \times 12$ латтис дээрх орны байгуулагчуудын урсгалт хугацаанаас хамаарах хамаарал.

зайнаас том байх ёстой. Энэ нөхцлөөс урсгалт хугацааны утгыг сонгох хэрэгтэй. Урсгалт хугацааны утга ихсэхийн хэрээр дохио ба шуугианы харьцаа улам сайжирч, дөрвөн байгуулагчууд нь эцэстээ t -ын зарим утганд тогтмол утганд хүртлээ ихсэж байна. Нөгөөтэйгүүр, бие биенээсээ R зайд байрлах хоёр операторын корреляцийн функцууд хоорондоо давхцахгүйн тулд сайтар тусгаарлагдсан байх ёстой. Тиймээс [29] нөхцлөөс урсгалт хугацааны тохиромжтой утгыг сонгоно.

$$\frac{1}{N_\tau} \leq \sqrt{8tT} \leq \frac{RT}{3}$$

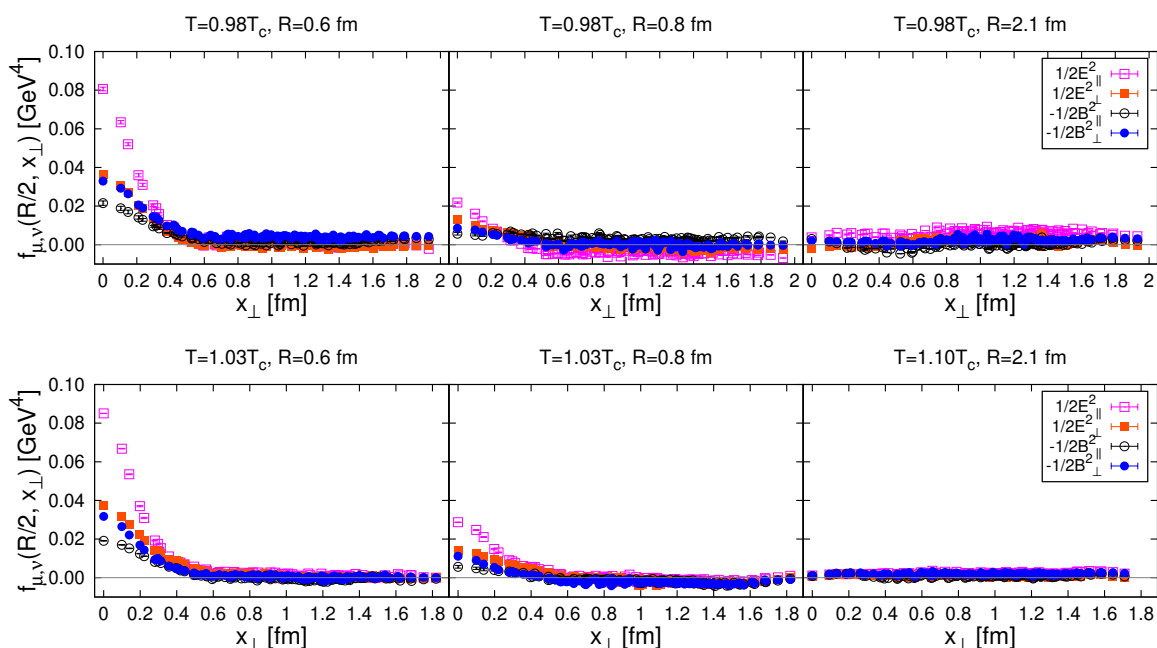
Тэр цэг нь манай тохиолдолд бүх температурын урсгалт хугацааны $t = 0.15$ утганд байна. Урсгалт хугацааны эхний таван утганд манай датаны дохио-шуугианы харьцаа муу байсан бол сүүлийн гурван урсгалт хугацааны $t = 0.15, 0.20, 0.25$ утганд энэ дохио-шуугианы харьцаа сайн байв. Бүх температур болон зайнд хамаарах тул урсгалт хугацааны зөвхөн $t = 0.25$ утгыг сонгож авсан. Урсгалын хоолойн хэмжилтийн параметруудийг Хүснэгт 7-д харууллаа. Физик урсгалт хугацаа t/N_τ^2 байхад $48^3 \times 12$ латтисын хувьд урсгалт хугацааны утга $t = 0.5$ тай тэнцүү. Хэмжилтийг физик нэгжээр 0.5 фм-ээс 2.5 фм хүртэлх буюу латтис алслалтын $R/a = 4$ -аас $R/a = 24$ утгын хооронд хийж, статистик алдааг jackknife аргаар үнэлэсэн.

Хүснэгт 7. Бүтэн КХД-ийн онолоор урсгалын хоолойг хэмэсэн симуляцийн параметрууд.

$N_s^3 \times N_\tau$	β	$T[\text{МэВ}]$	T/T_c	a [фм]	$m_l a$	$m_s a$	N_{conf}	R/a
$32^3 \times 8$	6.390	156.5	0.97	0.156	0.0257	0.694	5980	4-16
$32^3 \times 8$	6.423	161.9	1.00	0.150	0.0248	0.670	6526	4-16
$32^3 \times 8$	6.445	165.7	1.03	0.147	0.0241	0.652	6168	4-16
$32^3 \times 8$	6.474	170.7	1.06	0.142	0.0234	0.632	7644	4-16
$32^3 \times 8$	6.500	175.3	1.09	0.139	0.0228	0.614	8344	4-16
$48^3 \times 12$	6.794	157.3	0.98	0.105	0.0167	0.450	3500	4-24
$48^3 \times 12$	6.850	166.2	1.03	0.099	0.0157	0.424	3100	4-24
$48^3 \times 12$	6.910	176.3	1.10	0.093	0.0148	0.401	2772	4-24

Тасралтгүй рүү шилжихийн тулд [32]-д тодорхойлсон f_K scale-ийн функцийг ашигласан боловч $c_0^K = 7.49415$, $c_2^K = 46049$ болон $d_2^K = 3671$ коэффициентууд [33]-д шинэчлэгдсэн. Критик температурыг $T_c = 161$ МэВ гэж авсан. Эхлээд конфайнмент болон деконфайнмент мужид $1/2E_{\parallel}^2$, $1/2E_{\perp}^2$, $-1/2B_{\parallel}^2$, $1/2B_{\perp}^2$ гэсэн хүчний дөрвөн байгуулагчийн харьцуулалтыг сонирхож авч үзсэн. Хро-

моцахилгаан болон хромосоронзон байгуулагчуудын \parallel гэсэн дэд тэмдэгттэй нь кварк-антикварк хос бүхий хавтгайд параллель чиглэгдсэн байгуулагчуудыг, харин \perp нь хавтгайд перпендикуляр чиглэсэн байгуулагчуудыг илэрхийлдэг.



Зураг 20. $48^3 \times 12$ хэмжээтэй латтис дээрх $q\bar{q}$ -ын өөр өөр зайны хувьд конфайнмент болон деконфайнмент төлөв дэх хромо орны хүчний байгуулагчуудын харьцуулалт.

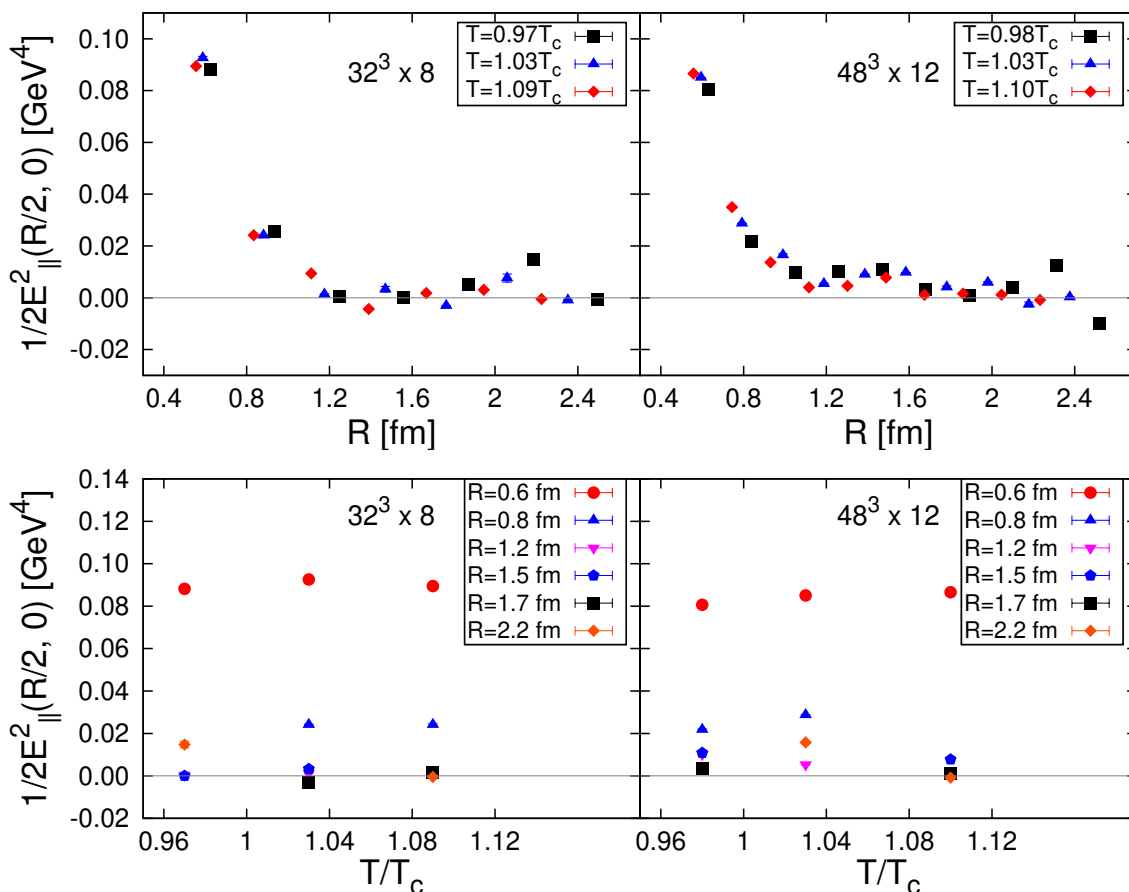
Зураг 20-ын эхний эгнээ нь конфайнмент фаз дахь өөр өөр зайнууд дээрх хромо орны байгуулагчуудын хөндлөн тархалтыг харуулсан бол хоёр дахь эгнээ нь деконфайнмент фаз дахь тархалтыг харуулсан. Хөндлөн зай x_{\perp} ихсэх тусам хромо орны бүх байгуулагчуудын тоон утга буурч байгааг харж болно. Түүгээр ч зогсохгүй хоёр фаз дахь дөрвөн байгуулагч нь хоёр кваркийг холбох хүч нь эсрэг чиглэл дэх хүчнээсээ их болохыг харуулсан

$$E_{\parallel}^2 > E_{\perp}^2 \approx |B_{\perp}^2| \approx |B_{\parallel}^2|$$

харьцаанд захирагддаг.

Зураг 21-ийн дээд талд хромоцахилгаан орны параллель байгуулагчийн кварк хоорондын зайнаас, доод талд температураас хамаарах хамаарлыг харуулав.

Температурын хамаарлын хувьд $T/T_c = 1$ -аас доош конфаинмент фазад байгуулагчийн нь утга нь температур ихсэхэд нэмэгдэж, харин $T/T_c = 1$ -ээс дээш деконфаинмент фазад буурах магадлалтай байгааг харж болно.

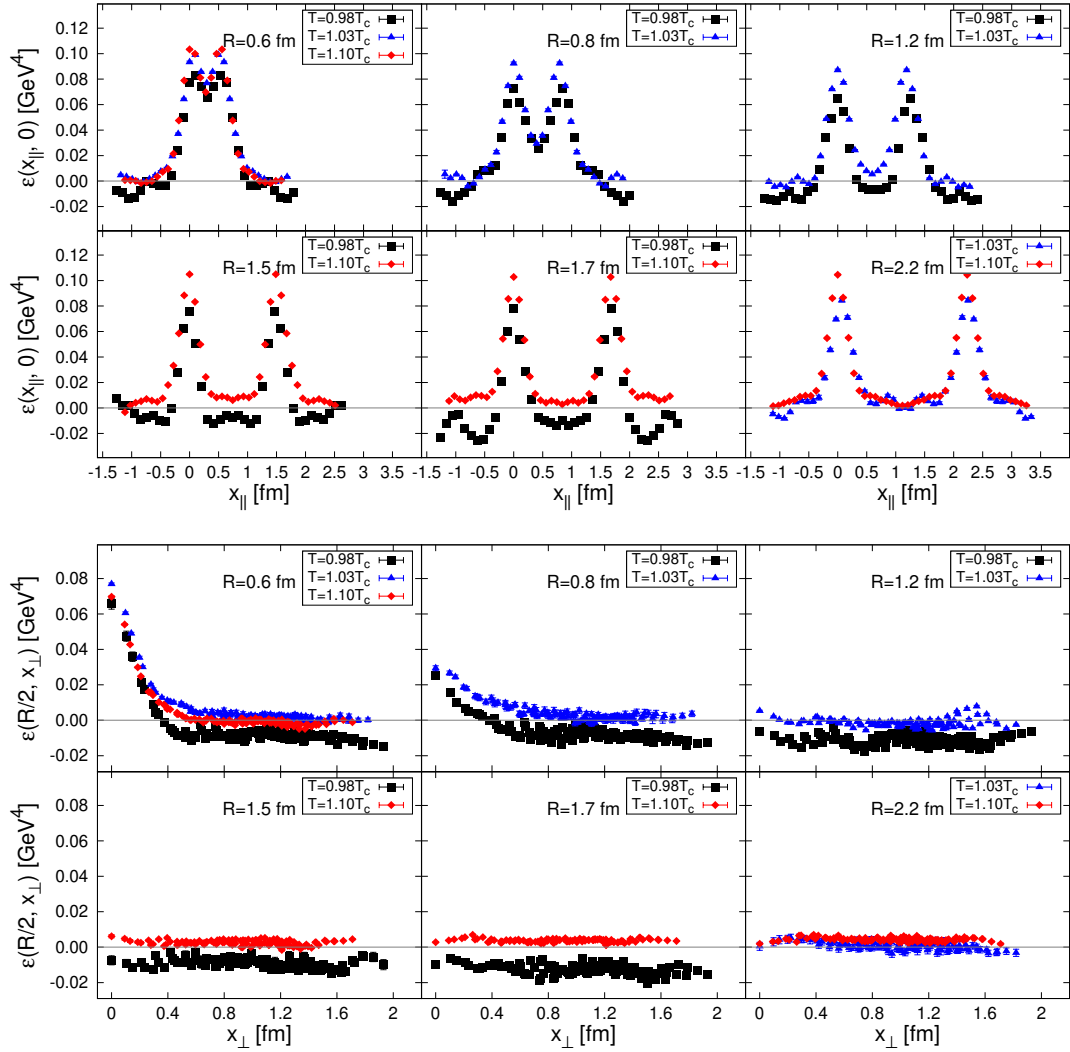


Зураг 21. Хоёр өөр латтис дээр кваркуудын зайн өөр утгын хувьд кварк антикваркийг холбосон тэнхлэгийн голын цэг дээрх хромоцахилгаан параллель байгуулагчийн түгээлт.

Конфаинментаас деконфаинмент төлөв рүү шилжих үед хромофахилгаан байгуулагчуудын хүчний хэмжээ мэдэгдэхүйц өөрчлөгддөггүй.

Деконфаинмент фаз дахь харьцаа нь [32]-д олж авсан конфаинмент фаз дахь харьцаатай ижил байх нь тогтоогдсон бөгөөд тэр нь конфаинмент фазид урсгалын хоолой байгаагийн шинж гэж үзсэн бөгөөд болгон авч, тэдгээрийн хамаарал

$E_{\parallel}^2 \approx E_{\perp}^2 > |B_{\perp}^2| \approx |B_{\parallel}^2|$ нь деконфайнмент фазид урсгалын хоолой тасарч байгааг илтгэж байна гэж үзсэн бөгөөд динамик кваркууд байгаа үед T_c -аас дээш урсгалын хоолой байхгүй гэж дүгнэсэн. Тиймээс өөрсдийн үр дүнгээс дүгнэж хэлэхэд, урсгалын хоолой нь деконфайнмент фазад оршин байгаа боловч энэ тохиолдолд T_c -д, ойролцоо буюу $T = 1.03T_c$ -д байна. Нийт хромосоронзон орны

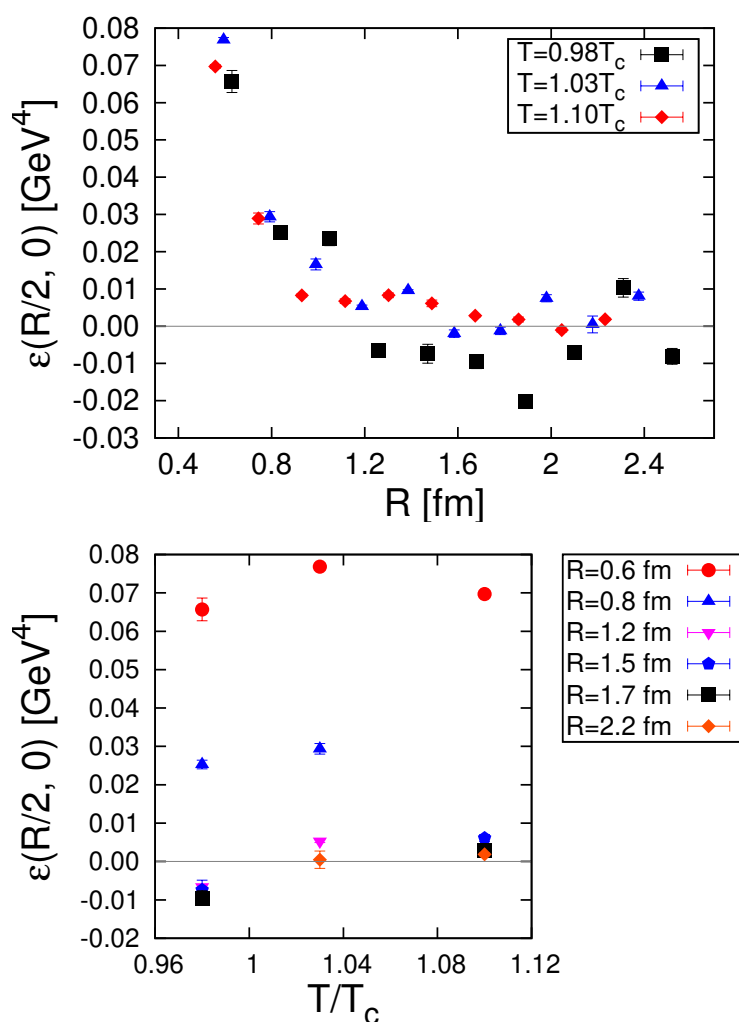


Зураг 22. $48^3 \times 12$ хэмжээтэй латтис дээрх хэд хэдэн температур болон кварк хоорондын зайны хувьд энергийн нягтын тууш ба хөндлөн түгэлт.

хүч $\mathcal{M} = -(f_{12} + f_{13} + f_{23})$ ба хромоцахилгаан орон $\mathcal{E} = f_{24} + f_{34} + f_{14}$ -оос энергийн нягт нь $\varepsilon = \mathcal{E} + \mathcal{M}$ гэж илэрхийлэгдэнэ. Энергийн нягтын нарийвчилсан анализ

нь физик урсгалын хоолойн талаарх зарим мэдээллийг өгч чадна. Зураг 22-т $N_\tau = 12$ латтис дээрх энергийн нягтын тууш болон хөндлөн зайнаас хамаарсан түгэлтийг хэд хэдэн зай болон температурын утгуудад харуулав. Зургийн дээд талд тууш, доод талд хөндлөн түгэлтийг үзүүллээ. Тууш профайлаас кварк ба антикваркийн хоорондох голын хавтгай дахь энергийн нягт нь кварк хоорондын зай ихсэх тусам буурч байгааг харж болно. Энергийн нягтын огцом буурч байгаа утга нь ойролцоогоор 0.8 фм байна.

Зураг 23-ын дээд талд хоёр кваркын голын цэг дэх энергийн нягтын утгыг тем-



Зураг 23. $48^3 \times 12$ хэмжээтэй латтис дээрх кварк ба антикваркийг холбосон тэнхлэгийн голын цэгээс түгсэн энергийн нягтын түгэлт.

пературын гурван утганд кваркуудын хоорондох зайнаас хамааруулан зурсан болно. Голын цэгийн энергийн нягт эсвэл скрининг зай алга болох нь параллель хромоцахилгаан байгуулагч алга болохтой адил $R = 1.8$ фм орчим байна. Доод талын зурганд энергийн нягтын температураас хамаарах хамаарлыг харуулав. Критик температураас доош конфайнмент фазад энергийн нягт ихсээд, $T = 1.03T_c$ -ээс дээш деконфайнмент фазад утга нь багасаж байна.

Урсгалын хоолойн физик өргөний үр дүнг авч үзье. Дээр дурьдсанчлан энергийн нягтын хөндлөн түгэлтээс урсгалын хоолойн өргөнийг тооцоолно. Динамик кварктай урсгалын хоолойн өргөнийг тооцоолохдоо дөрвөн коэффициенттэй Гауссын

$$F_1(x_{\perp}) = F_0 \exp\left(\frac{2}{\lambda} \sqrt{x_{\perp}^2 - \nu^2} + \frac{2\nu}{\lambda}\right) + K_1$$

функцийг, кварк хоорондын зай ойр буюу $R = 0.8$ фм байхад

$$F_2(x_{\perp}) = c_1 e^{-c_2 x_{\perp}^2} + K_2$$

функцийг ашиглалаа. Дөрвөн коэффициенттэй Гауссын функц ашиглан тооцоолсон фитийн үр дүнг Хүснэгт 8-д, $F_2(x_{\perp})$ функц ашиглан тооцоолсон фитийн үр дүнг Хүснэгт 9-д тус тус харууллаа.

Том латтисын датаны хувьд Гауссын $F_2(x_{\perp})$ функц нь дангаараа ойр болон хол зайны аль алинд нь сайн тайлбар өгч байна. $48^3 \times 12$ хэмжээтэй латтисын өргөн, фитийн параметрүүдийн үр дүнгийн утгуудыг Хүснэгт 10-д жагсаав.

Хүснэгт 8. $32^3 \times 8$ латтис дээрх энергийн нягтын хөндлөн түгэлтэд хийсэн
Гауссын фитийн тоон үр дүн.

β	R/a	F_0	λ	ν	K_1	$\sqrt{\chi^2/dof}$	$a^{-2}D_{\xi}^2$
6.390	4	0.068(1)	1.68(19)	0.7091(2098)	0.00027(2)	1.08	4.79(1.24)
	6	-0.034(8)	6.38(2.11)	-0.0005(9796)	0.00030(7)	1.37	61.00(40.33)
	8						
	10	0.023(7)	0.23(10.36)	3.4(156.8)	0.00161(3)	2.99	0.83(76.02)
	12						
	14						
	16						
6.423	4	0.646(1)	1.68(15)	0.558(185)	-0.00024(1)	1.33	4.69(98)
	6	0.032(2)	1.72(1.99)	4.59(6.92)	0.00047(2)	1.01	11.07(28.31)
	8	0.09(31.38)	1.67(5.97)	-3.25(18.37)	0.00016(2)	1.80	3.12(21.85)
	10						
	12						
	14						
	16						
6.445	4	0.060(6)	1.55(15)	0.874(174)	0.00023(1)	1.39	4.30(96)
	6						
	8						
	10						
	12						
	14						
	16						
6.474	4	0.0566(2)	1.97(12)	0.533(93)	0.00078(1)	1.68	6.20(83)
	6	0.025(1)	5.13(84)	0.104(423)	0.00035(1)	0.79	39.50(13.02)
	8						
	10						
	12						
	14						
	16	0.014(2)	5.66(3.39)	0.004(1.459)	0.00018(2)	0.90	47.97(57.57)
6.500	4	0.0534(7)	2.11(11)	0.442(112)	0.00060(1)	2.15	6.97(83)
	6	0.0555(283)	3.69(70)	-1.37(73)	0.00021(1)	1.68	34.90(38.00)
	8						
	10						
	12						
	14	0.0134(7)	4.15(1.67)	0.201(695)	0.00044(1)	0.92	25.92(21.25)
	16						

Хүснэгт 9. $32^3 \times 8$ латтис дээрх энергийн нягтын хөндлөн түгэлтэд хийсэн
Гауссын фитийн тоон үр дүн.

β	R/a	c_1	c_2	K_2	$\sqrt{\chi^2/dof}$	$a^{-2}D_{\bar{c}}$
6.390	4	0.00434(16)	0.4549(303)	0.00030(2)	1.34	2.198(146)
	6	0.00072(11)	0.0522(153)	0.00035(1)	1.45	19.15(5.62)
	8	0.00048(16)	0.0766(408)	0.00102(4)	3.40	13.05(6.94)
	10	0.00054(33)	1.243(1.186)	0.00161(3)	2.96	0.805(768)
	12	-0.00084(20)	1.163(438)	0.00005(2)	0.68	0.860(324)
	14	0.00063(16)	0.6109(3978)	0.00034(2)	0.54	1.637(1.066)
	16	0.00075(16)	0.2218(938)	0.00013(3)	1.51	4.509(1.907)
6.423	4	0.00363(19)	0.4402(288)	-0.00023(1)	1.72	2.27(15)
	6	0.00097(9)	0.1114(189)	0.00047(2)	1.01	8.98(1.52)
	8	0.00034(18)	0.1452(928)	0.00016(2)	1.77	6.89(4.40)
	10	0.00030(16)	0.5065(4970)	0.00029(1)	1.60	1.97(1.94)
	12					
	14	0.00020(7)	0.2581(1784)	0.00083(1)	0.72	3.88(2.68)
	16					
6.445	4	0.00349(9)	0.4866(223)	0.00025(1)	1.80	2.055(9)
	6	0.00058(4)	0.0526(84)	0.00086(2)	0.88	19.02(3.04)
	8					
	10					
	12	-0.00024(15)	0.6570(7391)	0.00007(1)	1.50	1.52(1.71)
	14	-0.00024(14)	2.914(8.404)	0.00018(1)	1.13	0.343(990)
	16	0.00030(7)	1.2512(7424)	0.00021(1)	0.55	0.799(474)
6.474	4	0.00316(3)	0.4938(214)	0.00082(1)	2.87	2.025(88)
	6	0.00051(4)	0.1238(195)	0.00038(9)	0.95	8.08(1.27)
	8	0.00032(7)	0.1220(380)	0.00033(10)	1.87	8.20(2.55)
	10					
	12	-0.00029(11)	2.49(3.90)	0.00042(1)	1.91	0.4023(6307)
	14	0.00011(5)	0.0740(484)	0.00013(1)	1.55	13.51(8.83)
	16	0.00020(7)	1.091(779)	0.00020(1)	1.00	0.917(654)
6.500	4	0.00254(11)	0.3569(250)	0.00062(1)	3.85	2.80(20)
	6	0.00065(3)	0.1068(99)	0.00023(1)	1.81	9.36(88)
	8	0.00032(11)	0.4867(2461)	0.00047(1)	2.25	2.05(1.04)
	10	0.00011(2)	0.0438(181)	0.00013(1)	3.50	22.84(9.43)
	12	-0.00006(3)	0.110(107)	0.00026(1)	1.69	9.12(8.91)
	14	0.00016(2)	0.2506(798)	0.00045(1)	0.93	3.99(1.27)
	16					

Хүснэгт 10. $48^3 \times 12$ латтис дээрх энергийн нягтын хөндлөн түгэлтэд хийсэн
Гауссын фитийн тоон үр дүн.

β	R/a	c_1	c_2	K_2	$\sqrt{\chi^2/dof}$	$a^{-2}D_\epsilon^2$
6.794	6	0.000795(47)	0.1876(145)	-0.000098(3)	2.02	5.33(41)
	8	0.000297(19)	0.0914(112)	-0.000099(3)	2.78	10.95(1.34)
	10	0.000295(86)	0.374(119)	-0.000026(3)	5.32	2.67(85)
	12	0.000056(28)	1.04(1.91)	-0.000130(3)	3.99	0.959(1.758)
	14	0.000019(47)	1.103(5.217)	-0.000109(3)	1.62	0.907(4.288)
	16					
	18	-0.000071(39)	0.520(538)	-0.000157(3)	2.27	1.92(1.99)
	20	-0.000094(50)	0.235(161)	0.000048(4)	5.53	4.25(2.90)
	22					
	24	-0.000105(92)	1.07(2.12)	0.000018(4)	3.85	0.933(1.843)
6.850	6	0.000639(10)	0.1678(60)	0.000022(2)	2.35	5.96(21)
	8	0.000219(74)	0.0533(39)	0.000014(2)	1.23	13.76(1.36)
	10	0.000109(74)	0.0394(62)	0.000048(2)	1.63	25.38(3.97)
	12	0.000065(15)	0.556(249)	-0.000018(2)	4.69	1.798(806)
	14	0.000055(7)	1.279(468)	0.000032(1)	3.37	0.782(286)
	16	0.000044(42)	0.165(189)	-0.000058(134)	7.57	6.05(6.94)
	18	0.000059(22)	0.6341(5053)	-0.000070(2)	2.49	1.58(1.26)
	20	0.000052(15)	0.1013(461)	0.000018(17)	2.85	9.87(4.49)
	22	0.000009(24)	1.075(6.895)	5.36(2.01)	1.20	0.93(5.97)
	24	0.000004(55)	1.13(21.81)	0.000073(2)	5.57	0.89(17.14)
6.910	6	0.000406(233)	0.1128(77)	-0.000006(9)	11.1	8.87(61)
	8	0.000156(67)	0.0517(33)	0.00009(1)	1.63	19.39(1.24)
	10	0.000091(4)	0.0349(28)	-0.000023(1)	3.77	28.69(2.26)
	12	0.000045(11)	0.0348(91)	0.000012(2)	6.52	28.77(8.08)
	14	0.000032(5)	0.0155(53)	-0.000053(27)	4.21	64.39(22.10)
	16	0.000031(20)	1.073(1.627)	0.000016(1)	3.24	0.932(1.413)
	18	0.000045(76)	1.082(4.309)	0.000026(1)	3.14	0.924(3.678)
	20	0.000015(15)	1.108(2.160)	-0.000002(1)	3.31	0.903(1.759)
	22	-0.000002(12)	1.097(17.750)	0.000008(1)	3.22	0.912(14.750)
	24	-0.000020(62)	1.064(853)	0.000032(1)	2.38	0.940(753)

$32^3 \times 8$ латтисын датанд хоёр өөр фит функцийг ашигласан тул Зураг 24-ийн дээд талд өргөнийг

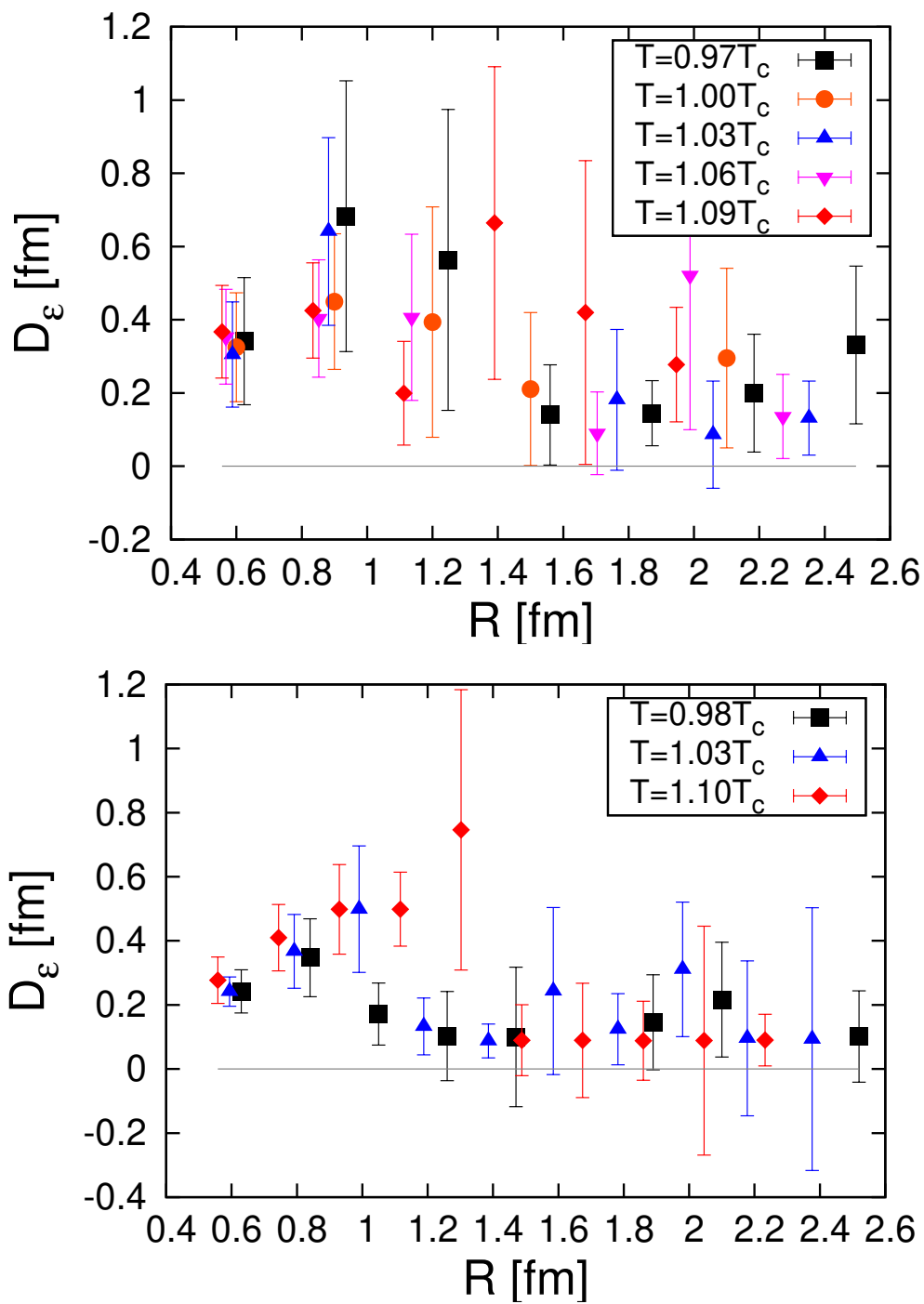
$$\frac{D_\varepsilon^2}{a^2} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} x_\perp^2 (F(x_\perp) - K) d^2 x_\perp}{\int_{-\infty}^{+\infty} (F(x_\perp) - K) d^2 x_\perp}$$

томъёоноос гаргасан авсан хоёр өөр томъёогоор тооцоолсон үр дүнг кварк хоорондын зайнаас хамааруулан харуулав. Өөрөөр хэлбэл дараах хоёр томъёо

$$\frac{D_\varepsilon^2}{a^2} = \frac{3}{2} \lambda^2 + 2 \frac{\lambda \nu^2}{\lambda + 2\nu}$$

$$\frac{D_\varepsilon^2}{a^2} = \frac{1}{c_2}$$

-оор тооцоолсон. Зураг 24-өөс харахад глюоны хоолой нь динамик кваркуудын нөлөөгөөр 1 фм хүртэлх зайд өргөсдөг. Дараа нь кварк хоорондын зай 1 фм-ээс 1.5 фм-ийн хүртэл нэмэгдэхэд динамик фермионуудын нөлөөгөөр адронжлогдох үзэгдэл явагдана. Мөн 1.5 фм-ээс их зайны хувьд өргөн утга нь алдааны хэрчим дотроо зайнаас хамаараад тогтмол утгатай болж байна. Энэ нь статик кваркуудын харилцан үйлчлэл халхлагдах үзэгдэл болж байгааг илэрхийлж байна.



Зураг 24. Дээд: $32^3 \times 8$ Доод: $48^3 \times 12$ латтис дээрх янз бүрийн температур дахь урсгалын хоолойн өргөн кварк хоорондын зайнаас хамаарах хамаарал.

3.3 Энерги-импульсийн тензороор урсгалын хоолойг тооцоолсон үр дүн

Энэ хэсэгт $SU(3)$ ЯМ-ийн градиент арга дээр суурилсан латтис симуляци хувьд кварк антикваркийн эргэн тойрон дахь ЭИТ-ийн тархалтыг, мөн ЭИТ-ийн элементүүдийг ашиглан энтропийн нягт гэсэн хэмжигдэхүүнийг судалсан үр дүнгээсээ танилцуулна. Энд критик температураас дээш болон доош температурт кварк-антикваркийн эргэн тойрон дахь ЭИТ-ийн түгэлтийг авч үзсэн. Ингэхдээ эхлээд кварк антикваркийн эргэн тойрон дахь ЭИТ-ийг латтис дээр, тэг бус a болон t -ийн утгууд дээр хэмжилт хийсний дараа дахин нормчлогдсон, тасралтгүй хязгаар дахь ЭИТ $T_{\mu\nu}^R(x)$ -ийн утгуудыг гаргаж авахын тулд давхар экстраполяц хийх ёстой. Үүний тулд, латтисын алслалтын тэг дээрх физик хэмжигдэхүүнүүдийн утгыг гаргаж авах ёстой, үүнийг бодохын тулд T, R, t -ийн ижил утгууд дээр, ялгаатай a дээр хэмжсэн датануудыг сонгож авна. Тэг бус температурт $a \rightarrow 0$ хязгаарыг бодохын тулд $1/N_\tau^2 \rightarrow 0$ хязгаарыг авдаг, $T = \frac{1}{a(\beta)N_\tau}$ буюу $\frac{1}{N_\tau} = a(\beta)T$. Тиймээс энэ хязгаарыг бодохын тулд хамгийн багадаа гурван өөр N_τ -ын хувьд физик хэмжигдэхүүнийг бодох шаардлагатай. Тасралтгүй хязгаар авах

$$\langle T_{\mu\nu}(t, x) \rangle_{lat} = \langle T_{\mu\nu}(t, x) \rangle_{cont} + \frac{b_{\mu\nu}(t)}{N_\tau^2} \quad (3.13)$$

функцийг ашиглан фит хийж, $a = 0$ дээрх ЭИТ-ийн тоон утгуудыг олсон. Дээрх процессыг хэд хэдэн урсгалт хугацааны утган дээр гүйцэтгэсний дараа continuum extrapolated датануудаа ашиглан zero-flow time $t \rightarrow 0$ хязгаарыг авна. Ингэхдээ

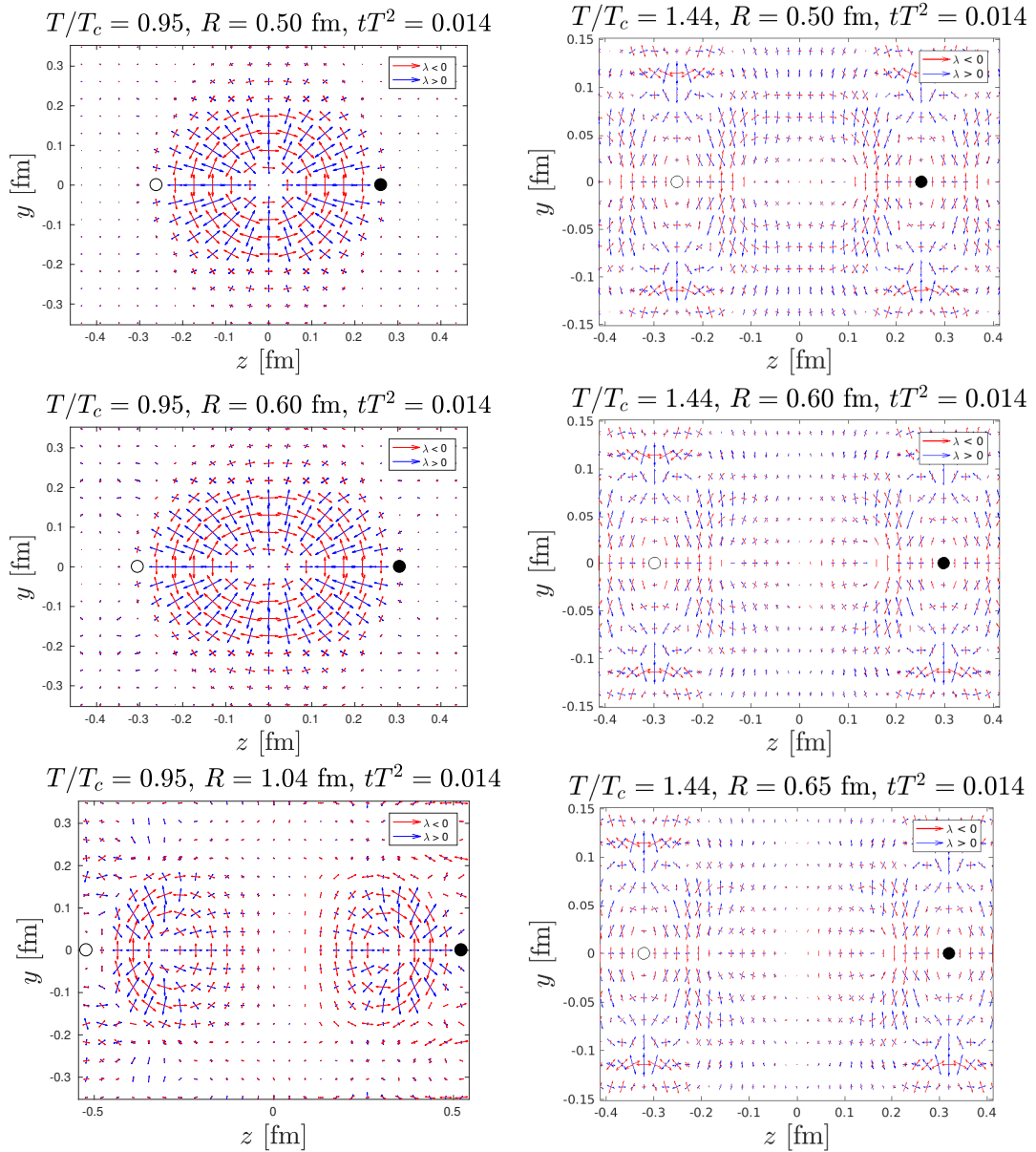
$$\langle T_{\mu\nu}(t, x) \rangle_{cont} = \langle T_{\mu\nu}^R(x) \rangle + C_{\mu\nu}(t)t \quad (3.14)$$

функцээр фит хийж, $t = 0$ дээрх ЭИТ-ийн утгуудыг олох юм. Симуляцийн параметруудийг Хүснэгт 11-т хүснэгтэнд үзүүлэв.

Хүснэгт 11. ЭИТ-оос урсгалын хоолойг тооцоолох симуляцийн параметрууд.

T/T_c	$N_s^3 \times N_\tau$	tT^2	R , фм	N_{conf}
0.95	$32^3 \times 8$	0.003 - 0.0007	0.5 - 1.2	1000
	$48^3 \times 12$	0.003 - 0.0007	0.5 - 0.9	1000
	$64^3 \times 16$	0.003 - 0.0007	0.5 - 0.9	500
	$96^3 \times 20$	0.003 - 0.0007	0.5 - 0.8	250
1.44	$32^3 \times 8$	0.005 - 0.0014	0.5 - 0.9	1000
	$48^3 \times 12$	0.005 - 0.0014	0.5 - 0.8	1000
	$64^3 \times 16$	0.005 - 0.0014	0.5 - 0.6	500
	$96^3 \times 20$	0.005 - 0.0014	0.4 - 0.6	250

Эхлээд урсгалын хоолойд qualitative анализ хийхийн тулд кваркуудын эргэн тойрон дахь стресс тензорийн түгэлтийг кваркууд оршин байгаа буюу u , z -хавтгайд зурж харуулсан. Энэхүү түгэлтийг критик температураас их болон бага утганд, кварк хоорондын зайн гурван өөр утганд хамгийн нягт латтис дээр, мөн хамгийн их урсгалт хугацааны утганд зурсан. Эхлээд тасралтгүй хязгаараар кварк антикваркийн хоорондох тэнхлэг дээрх стресс тензорийн тархалтын хөндлөн бүтцийг тоон хэмжээний хувьд илэрхийллээ. Ингэхдээ $N_s^3 \times N_\tau = 32^3 \times 8, 48^3 \times 12, 64^3 \times 16, 96^3 \times 20$ латтисууд дээр кварк-антикваркийн эргэн тойрон дахь ЭИТ-ийн хөндлөн түгэлтийг $0.95T_c, 1.44T_c$ температурт, кварк хоорондын зайн хэд хэдэн утгуудад зурав. Гэйж конфукурацууд нь 1:5-ийн харьцаанд over-relaxation mixed, pseudoheathbath алгоритмаар үүсгэгддэг. Нэг heatbath шүүрдэлтийн шинэчлэл дээр 5 over-relaxation урсгал нэмснийг “Урсгал” гэж нэрлэдэг. Автокорреляцийг арилгахын тулд хэмжилтийн хооронд 100-800 урсгал хийнэ. Тогтмол T -дахь хэмжилтийн гэйж конфукурацын тоо 250-1000 байна. Статистик алдааг Jackknife аргаар тооцсон.



Зураг 25. Кваркууд оршин байгаа хавтгай дээрх стресс тензорийн түгэлт.

Кварк антикваркийн эргэн тойрон дахь стресс тензорийн тархалтыг хувийн утга тэгшитгэлийг шийдэх замаар олж авна. Зураг 25-ийн эхний баганад T_c -ээс дооших температурын кварк хоорондын зайн $R = 0.5$ фм, 0.6 фм, 1.04 фм байх стресс тензорийн тархалтыг хоёрдугаар баганад T_c -ээс дээших буюу $1.44T_c$ температур дахь кварк хоорондын зайн $R = 0.5$ фм, 0.6 фм, 0.65 фм байх стресс тензорийн тархалтыг харуулсан байна.

Үүний голын хавтгай дээрх ЭИТ-ийн тархалтыг судална. Ингэхийн хийхийн тулд

$$T_{\gamma\gamma'} = (e_\gamma)_\mu T_{\mu\nu} (e_{\gamma'})_\nu, (\gamma\gamma' = r, \theta, z) \quad (3.15)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \theta = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right), z = z$$

томъёог ашиглан цилиндр координат руу шилжиж, дараа нь тэгшитгэл

$$\langle T_{\mu\nu}(t, x) \rangle_{lat} = \langle T_{\mu\nu}(t, x) \rangle_{cont} + \frac{b_{\mu\nu}(t)}{N_\tau^2},$$

ба тэгшитгэл

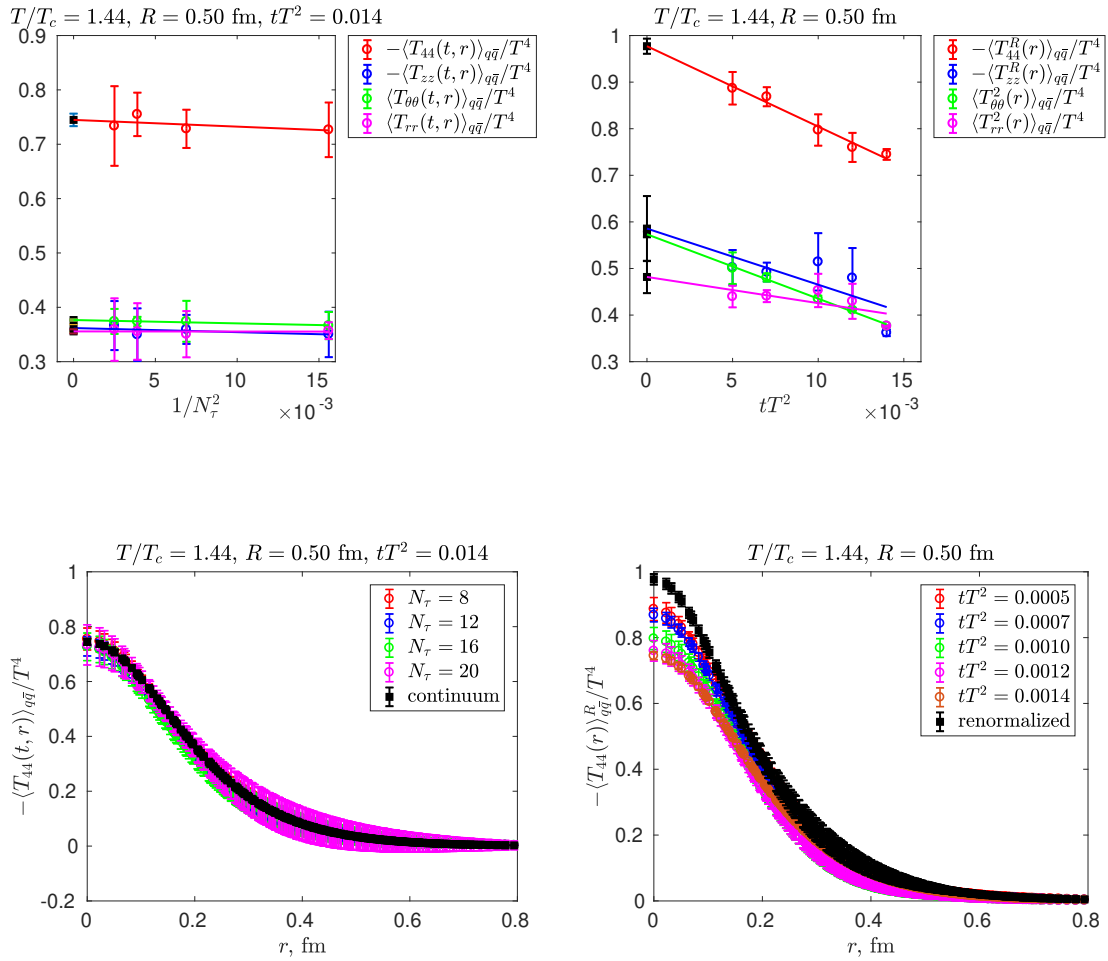
$$\langle T_{\mu\nu}(t, x) \rangle_{cont} = \langle T_{\mu\nu}^R(x) \rangle + C_{\mu\nu}(t) \cdot t,$$

дагуу давхар экстраполяцийг авна. Нэгдүгээрт, $(z = 0, r = 0)$ дээрх байгуулагчуудын зөвхөн нэг цэгт экстраполяци хийсэн бөгөөд үүнийг Зураг 26-ын эхний мөрөнд харуулсан болно. Гэх мэтчилэн хөндлөн тархалтын бүх цэгүүдэд дээрх үйлдлийг хийх ёстой. Үргэлжилсэн хязгаарыг авахын тулд бидэнд өөр өөр латтисын хувьд ижил r хэмжээтэй өгөгдөл хэрэгтэй. Өөр хэмжээтэй латтисын r -ийн утга өөр өөр байдаг тул дараах функцуудыг

$$F_{Gauss} = A \cdot e^{-Br^2} + C, \quad (3.16)$$

$$F_{Bessel} = A \cdot K_0(\sqrt{Br^2 + C}). \quad (3.17)$$

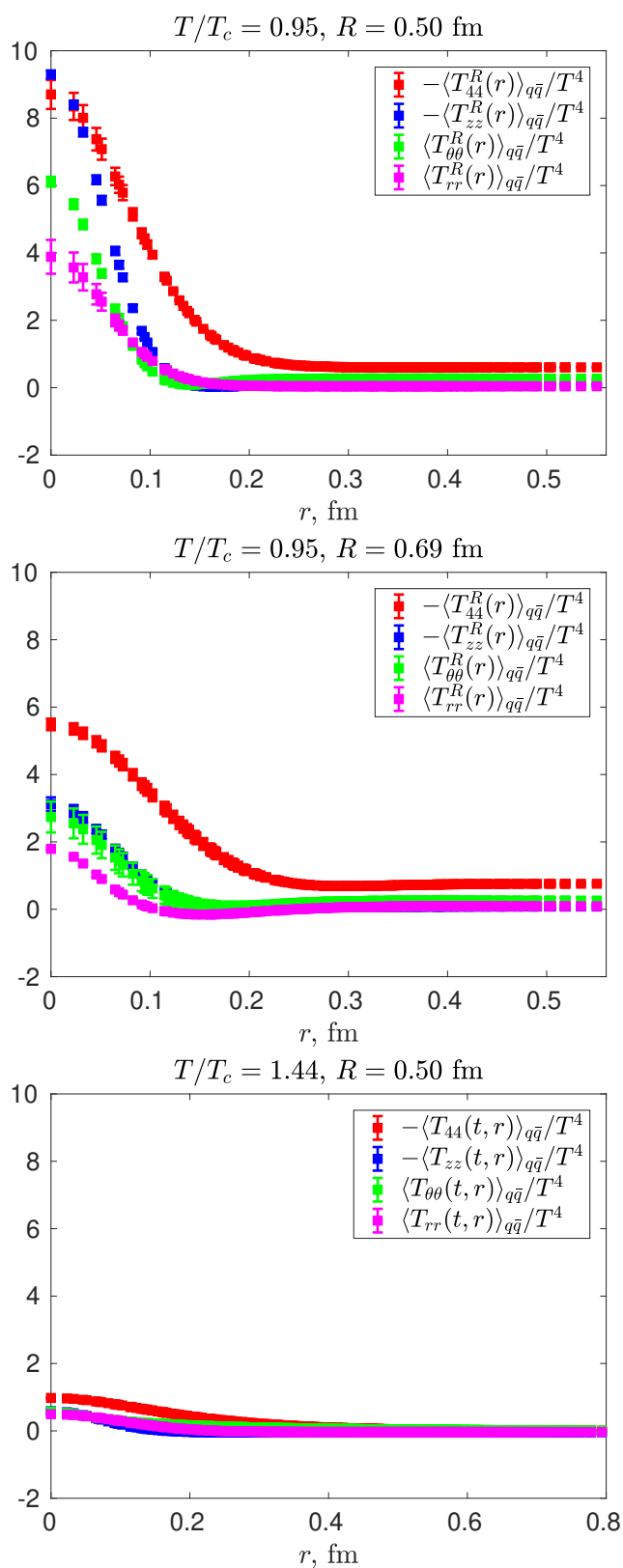
ашигласан. Зургаас харахад урсгалын хоолойн бүтэц нь T_c -аас доош температурт хэвээр байгаа боловч T_c -ээс дээш температурт урсгалын хоолой дундаасаа хайлж эхэлж байна. T_c -ээс доош буюу $0.95 T_c$ температурын үед кварк хоорондын зай ихсэхэд утас тасрах үзэгдэл ажиглагдаж байгаа бол T_c -ээс дээш температурт кварк ба антикваркийн хооронд харилцан үйлчлэл байхгүй бөгөөд кваркуудын эргэн тойронд талбайн хүчний шугамууд цэгийн цэнэгийнх шиг болж байгаа нь ажиглагдав. Бусад судлаачдын үр дүнтэй харьцуулахад $1.44 T_c$ ба $R = 0.65$ фм-ийн стресс тензорийн тархалт нь $1.44 T_c$ температур ба $R = 0.69$ фм зайн [33]-ийн үр дүнтэй таарч байна.



Зураг 26. Тасралтгүй хязгаар дахь үр дүн.

Дээд тал: ($z = 0, r = 0$) цэг дээрх, Доод тал: голын хавтгай дээрх ($z = 0, r$).

Голын хавтгай дээрх давхар экстраполяци хийсэн ЭИТ-ийн байгуулагчуудыг хоёр температур болон хоёр зайны хувьд харуулав. Эндээс T_{44} буюу энергийн нягт нь бусад гурван байгуулагчийнхаас хамаагүй их утгатай болохыг харж болно. Мөн ЭИТ-ийн T_{zz} байгуулагч, өөрөөр хэлбэл кваркуудыг холбосон тэнхлэгийн дагуух байгуулагч нь конфайнмент фазад кварк хоорондын зай 0.5 фм байхад бусад орон зайн бусад байгуулагчдаас их утгатай байна. Гэхдээ зай ихсэхэд буурч, бусад хоёр орон зайн байгуулагчтайгаа ижил утгатай болж байна. Температурын хамаарлын хувьд зайг тогтмол, температурыг ихэсгэх үед бүх байгуулагчийн утгууд буурч, тэг рүү ойртож байна. Мөн энергийн нягт ба бусад байгуулагчийн тоон утгын ялгаа багассан үр дүнтэй байна.

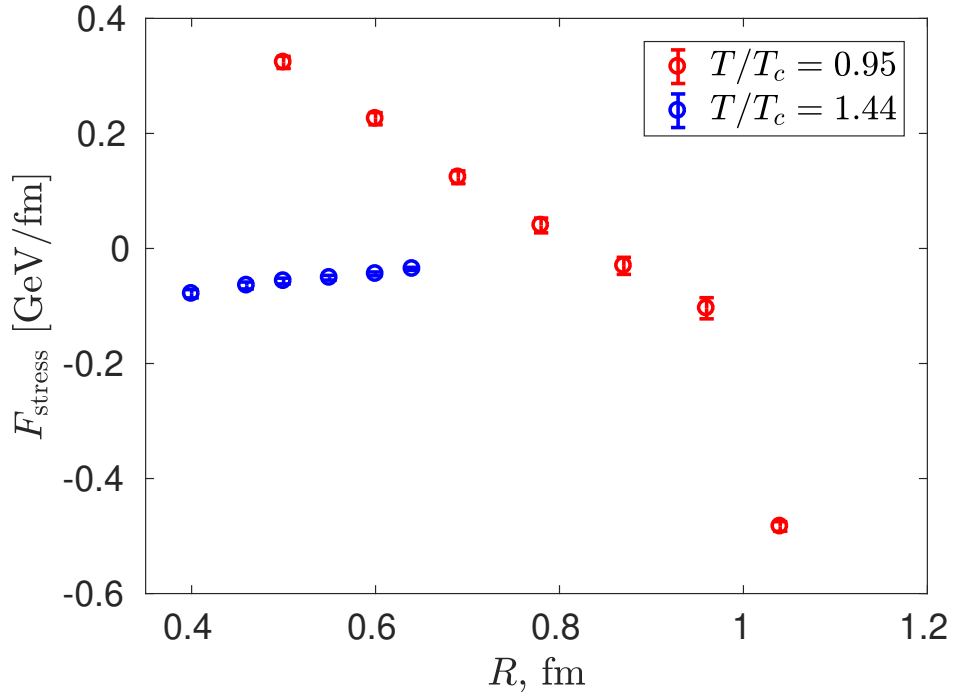


Зураг 27. Голын хавтгай дахь давхар экстраполяци хийсэн ЭИТ-ийн байгуулагчуудын тархалт.

Мөн кварк-антикваркийн хоорондох хүчийг

$$F_{stress} = - \int_S T_{\mu\nu} dS_j = 2\pi \int_0^\infty T_{zz}(r, t) r dr \quad (3.18)$$

тооцоолсон. Ингэхдээ $q\bar{q}$ -ын хоорондох хүчний зайнаас хамаарах хамаарлыг хоёр температурын хувьд харуулав.



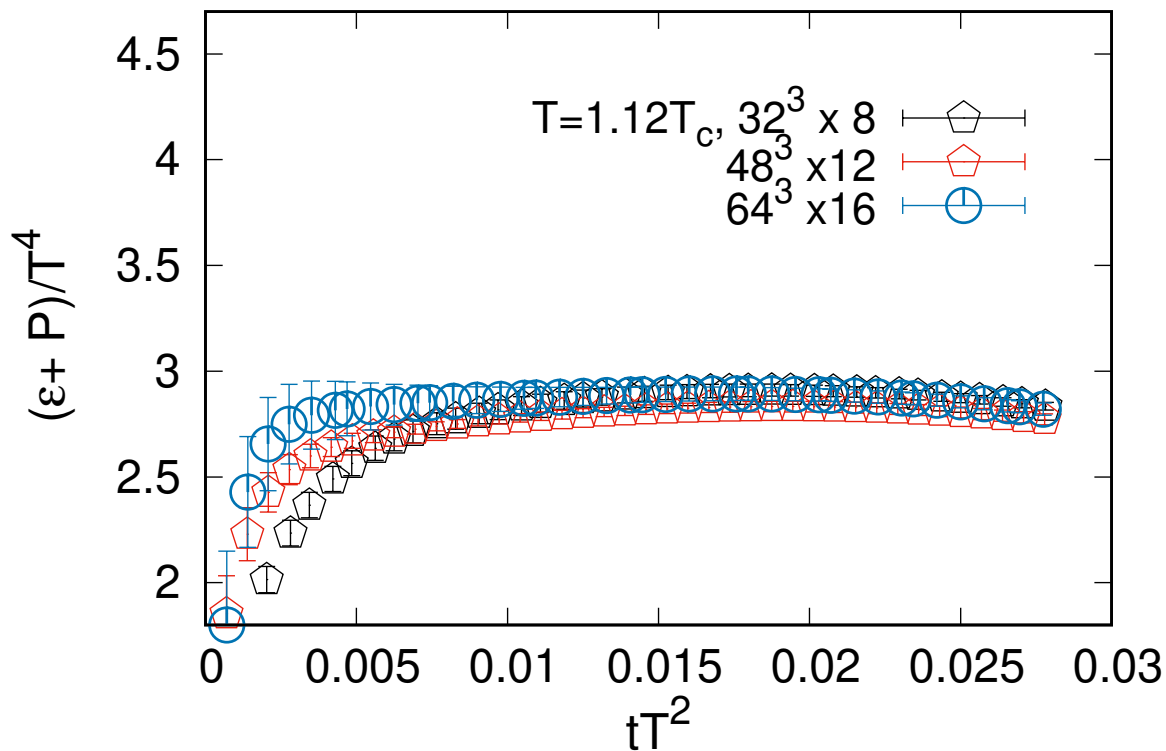
Зураг 28. $q\bar{q}$ -ын хоорондох хүчний зайнаас хамаарах хамаарал.

Зураг 28-аас харахад $q\bar{q}$ -ийн зайнаас хамаараад хүч нь хоёр температурын хувьд өөр байна. Өөрөөр хэлбэл, T_c -аас доош температурт энэ хамаарал нь тэг температурын үр дүн [33]-тэй төстэй байна. Гэхдээ хүчний хэмжээ нь вакуумаас бага байна. Мөн T_c -аас дээш температурт утга нь буурч, тэг болж байна. Үүнээс үзэхэд деконфайнмент фазад халхлагдах үзэгдэл ажиглагдаж байна гэж үзэж байна.

Дараа нь ЭИТ-ийн диагоналийн элементүүд болох энергийн нягт T_{00} , даралт T_{11}, T_{22}, T_{33} гэсэн хэмжигдэхүүнүүдийн нийлбэр байдлаар

$$sT = \varepsilon + p = \frac{4}{3} \langle T_{00}(x) + \frac{1}{3} T_{\mu\mu}(x) \rangle \quad (3.19)$$

тодорхойлогдох энтропийн нягт гэсэн хэмжигдэхүүнийг тооцоолсон. Зураг 29-31-д температур тус бүр дээрх гурван латтисын хувьд ЭИТ-оос тооцоолсон энтропийн нягтын урсгалт хугацаанаас хамаарах хамаарлыг харуулав.



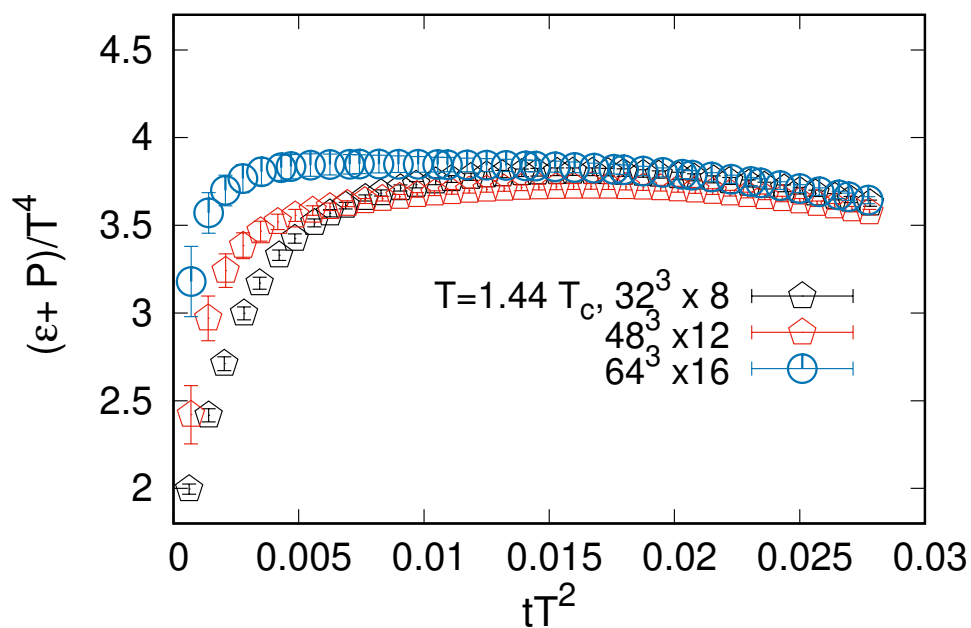
Зураг 29. Энтропийн нягтын урсгалт хугацаанаас хамаарах хамаарал.

Энд энтропийн нягт урсгалт хугацааны тодорхой нэг утга хүртэл ихсээд тогтмол утгатай болж байна. Энэ хэмжигдэхүүний тогтмол утгатай байх муж буюу урсгалт хугацаа tT^2 -ны 0.01-ээс 0.02 байх мужийг сонгож аван тасралтгүй хязгаарт шилжүүлсэн. Тасралтгүй хязгаар дахь утгаа илүү нарийвчлалтай тогтоохын тулд энэ мужаа дахин гурван мужид дараах байдлаар хуваасан:

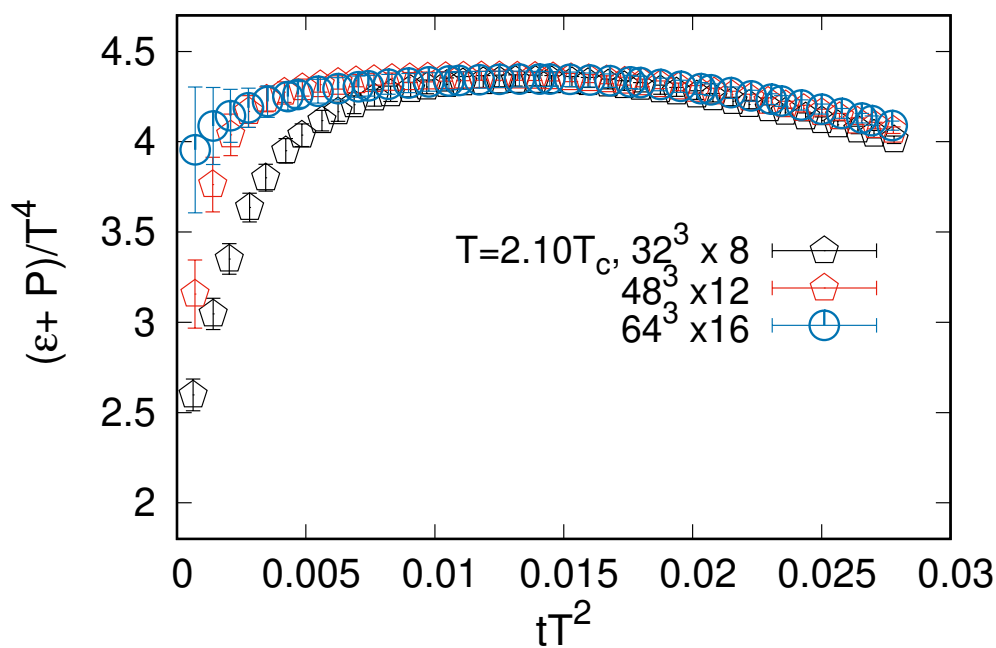
Муж 1: $0.01 \leq tT^2 \leq 0.015$,

Муж 2: $0.005 \leq tT^2 \leq 0.015$,

Муж 3: $0.01 \leq tT^2 \leq 0.02$.



Зураг 30. Энтропийн нягтын урсгалт хугацаанаас хамаарах хамаарал.



Зураг 31. Энтропийн нягтын урсгалт хугацаанаас хамаарах хамаарал.

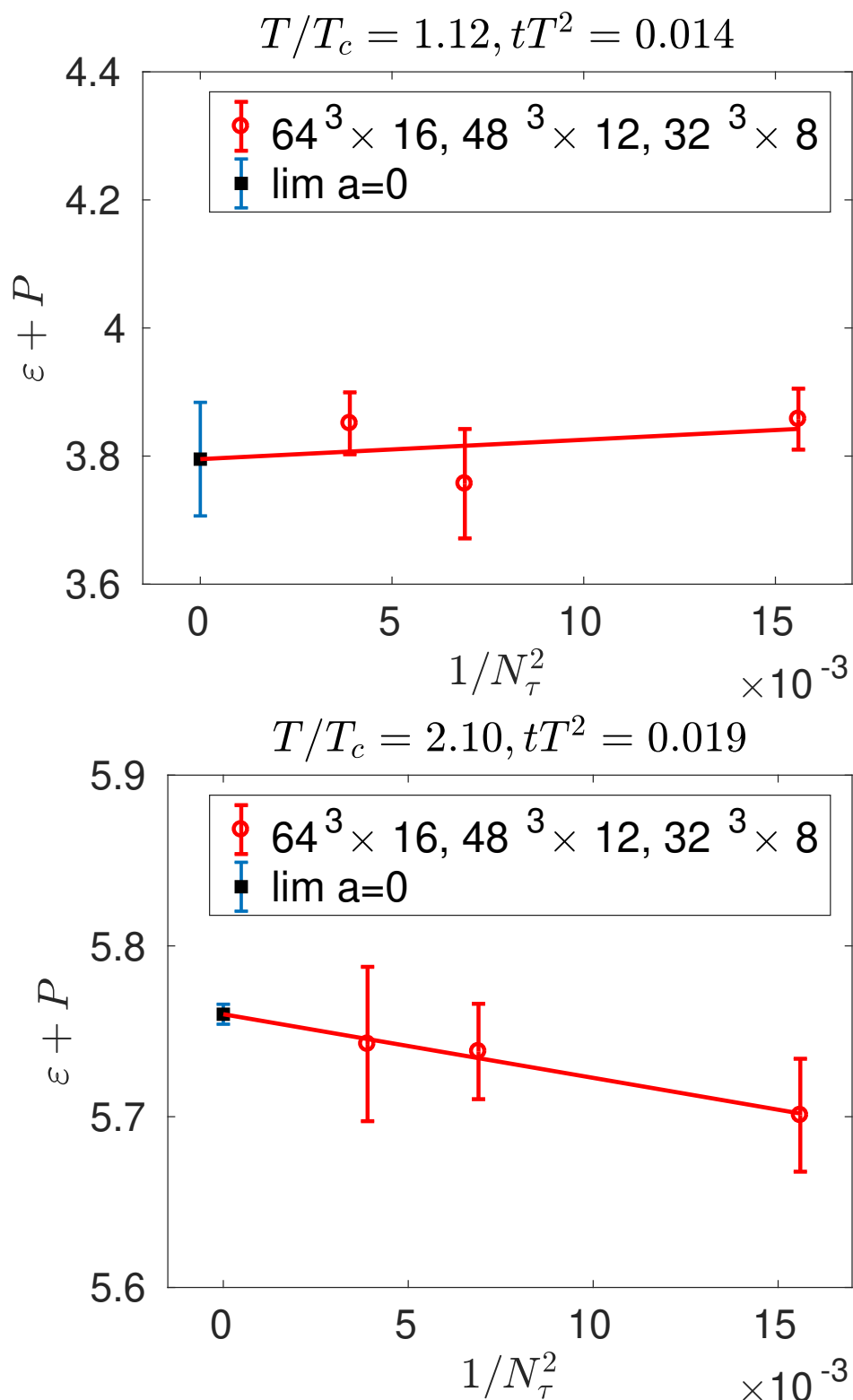
Энэ мужаас өөр муж сонгоогүй шалтгаан нь урсгалт хугацааны хэтэрхий бага утга сонговол статистик шуугиан их, харин их утга сонговол хэмжилтийн дохио дарагдана.

Зураг 32-д латтисын алслалт a -г тасралтгүй хязгаарт шилжүүлсэн үр дүнг харуулсан байна. Тасралтгүй хязгаарт шилжүүлэхдээ тогтмол температурын утган дахь урсгалт хугацааны тодорхой нэг утгыг сонгож аваад зөвхөн тэр утганд харгалзах энтропийн нягтын тоон утгыг гурван латтисынхаа хувьд сонгоод

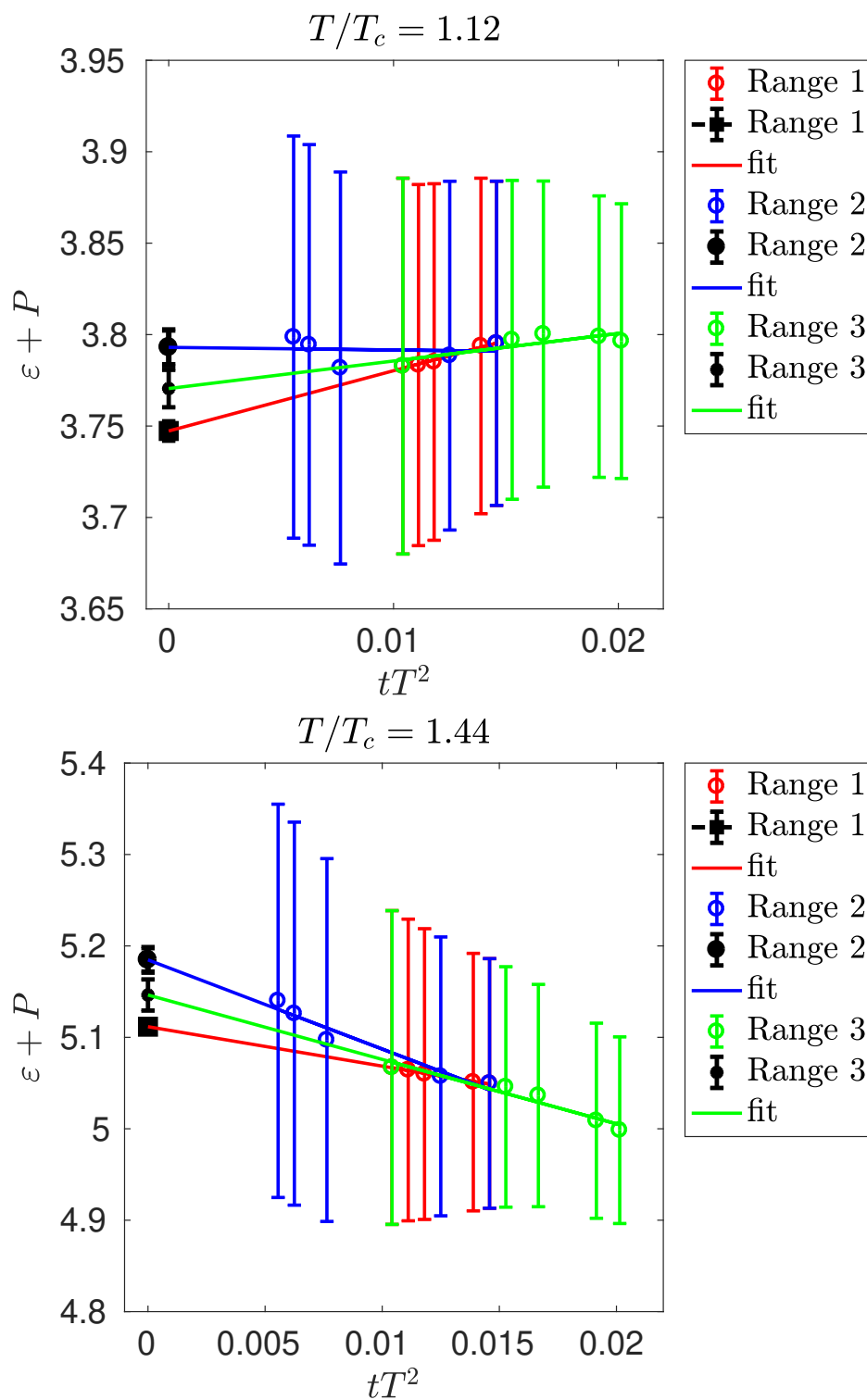
$$ED = a + b \cdot x$$

функцээр фит хийж олно. Зураг 32-ийн дээд талд $1.12T_c$ температурын үед дэх урсгалт хугацааны 0.014 утганд харгалзах, доод талын зурганд $2.10T_c$ температурын үед дэх урсгалт хугацааны 0.019 -д харгалзах хэмжигдэхүүний утгуудыг ашиглан a -ын тасралтгүй хязгаар дахь тоон утгыг олж байгаа үр дүнг харууллаа. Тасралтгүй хязгаар дахь утгыг цэнхэр өнгөөр харуулав. Энэ мэтчилэн сонгосон муж дахь бүх утгуудын хувьд a -ын тасралтгүй хязгаарын үр дүнгүүдийг ашиглан урсгалт хугацаа t -г тасралтгүйд шилжүүлсэн. Ингэснээр тухайн хэмжигдэхүүний дахин нормчлогдсон тоон утга олдоно. Зураг 33-д сонгосон гурван мужийн $T = 1.12T_c, T = 1.44T_c$ температур тус бүрд харгалзах тасралтгүй хязгаар дахь тоон утгыг харьцуулан харуулсан байна.

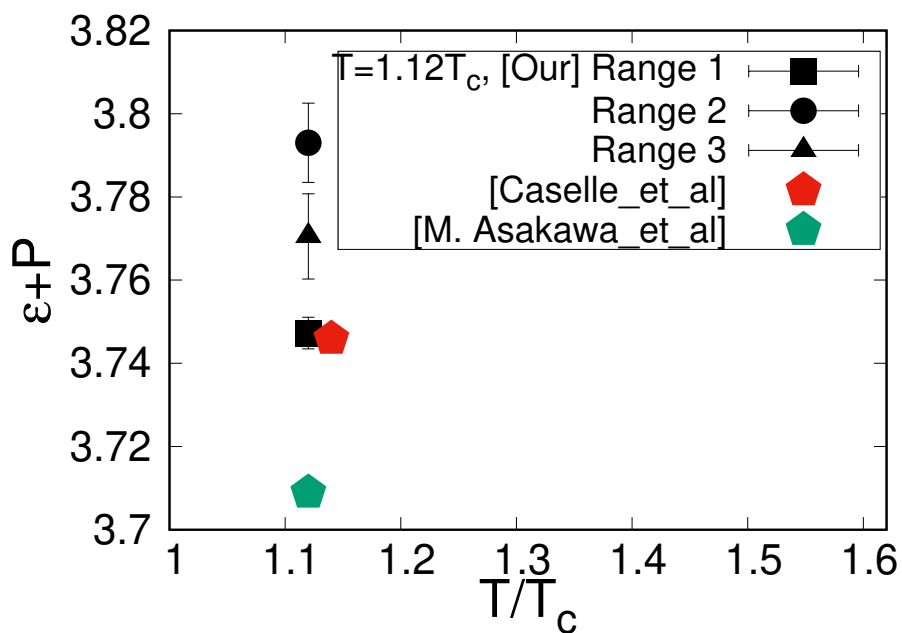
Энэ харьцуулалтаас мужаас хамаараад тоон утга нь өөр өөр байсан учраас мужаа нарийн сонгохын тулд эдгээр гурван утгаа бусад судлаачдын үр дүнтэй харьцуулж харууллаа. Зураг 34-д $1.12T_c$, Зураг 35-г $1.44T_c$, Зураг 36-г $2.10T_c$ температур тус бүрд гурван мужийн тасралтгүй хязгаар дахь үр дүнг бусад судлаачдын судлаачдын үр дүнтэй харьцуулсан харьцуулалтыг харууллаа. Тасралтгүйд шилжүүлсэн гурван мужийн тоон утга нь ойролцоо ч бусад судлаачдын үр дүнтэй хамгийн ойролцоо, мөн алдааны хэрчим бага байх нэгдүгээр мужийн үр дүнг сонгож аваад цаашлаад температурын хамаарлыг судалсан.



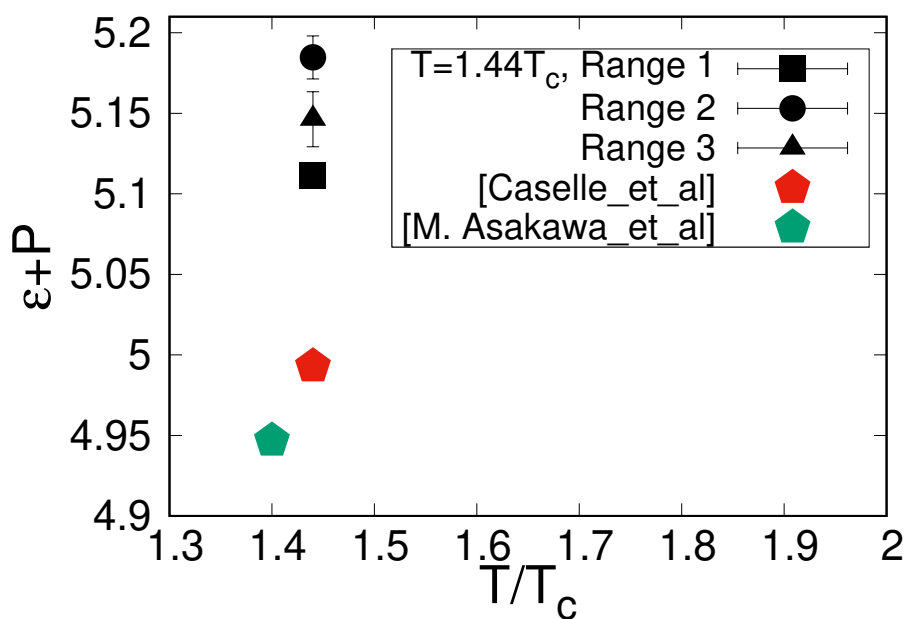
Зураг 32. a -ийн тасралтгүй хязгаар дахь энтропийн нягт.



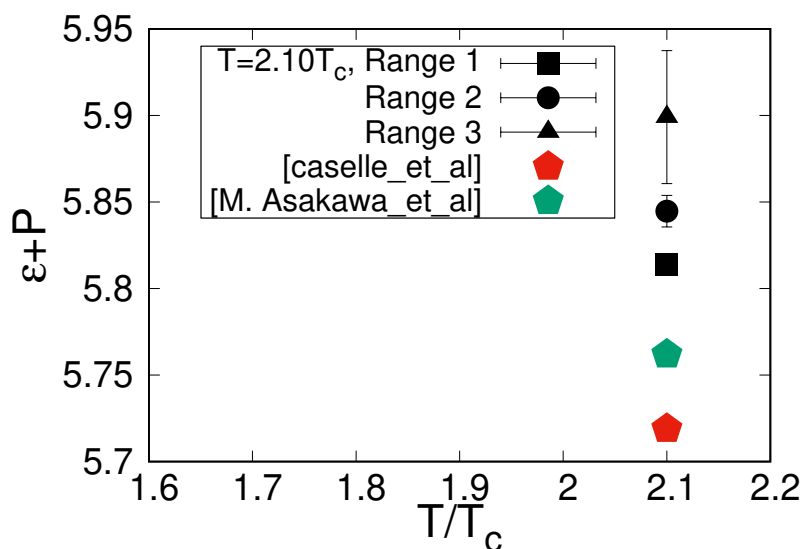
Зураг 33. t -ийн тэг хязгаар дахь энтропийн нягт.



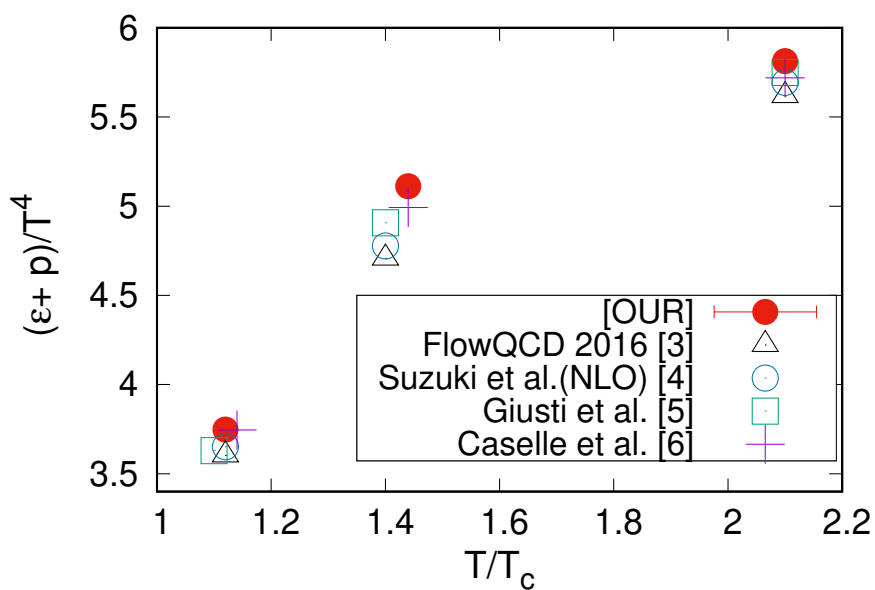
Зураг 34. Гурван өөр муж дахь энтропийн нягтын үр дүнг бусад судлаачдынхтай харьцуулсан харьцуулалт ($T = 1.12T_c$).



Зураг 35. Гурван өөр муж дахь энтропийн нягтын үр дүнг бусад судлаачдынхтай харьцуулсан харьцуулалт ($T = 1.44T_c$).



Зураг 36. Гурван өөр мэтэ дахь энтропийн нягтын үр дүнг бусад судлаачдынхтай харьцуулсан харьцуулалт ($T = 2.10T_c$).



Зураг 37. Энтропийн нягтын температураас хамаарах хамаарал.

Зураг 37-д энтропийн нягтыг тооцоолсон үр дүнгээ бусад судлаачдын үр дүнтэй харьцуулан харууллаа. Харьцуулалтаас тоон утгын хувьд сайн таарч байгаа нь харагдаж байна. Мөн энэ зургаас температурын ихсэхэд хэмжигдэхүүний тоон утга ихсэж байгаа хамаарлыг харж болно.

4 ДүГНЭЛТ

Энэ төслөөр бид кварк-антикваркийн хооронд үүсдэг глюоны урсгалын хоолойн бүтэц, шинж чанарыг конфайнмент фазаас деконфайнмент фаз руу шилжих критик температурын эргэн тойронд кварк хоорондын зай болон температураас хамааруулан нарийвчлан судаллаа. Урсгалын хоолойг судлахдаа хоёр ялгаатай арга ашиглан судалсан бөгөөд эхний арга нь $(2+1)$ динамик фермионтой бүтэн КХД-ийн онолоор урсгалын хоолой доторх хромоцахилгаан болон хромосоронзон орнуудын байгуулагчуудыг хэмжиж энергийн нягт, урсгалын хоолойн өргөн гэсэн хэмжигдэхүүнүүдийг тооцоолох, мөн $SU(3)$ цэвэр гэйж онолоор тооцоолсон үр дүнтэй харьцуулж динамик фермионы нөлөөг судлах байсан бол хоёр дахь арга нь $SU(3)$ цэвэр гэйж онолоор кварк-антикваркийн эргэн тойрон дахь энерги-импульсийн тензорийн түгэлтийг хэмжих юм.

$(2+1)$ динамик фермионтой бүтэн КХД-ийн онолоор урсгалын хоолойг судлахдаа HotQCD коллаборцийн HISQ/tree үйлчлэлээр үүсгэсэн орны конфигурацийг ашиглан, Градиент урсгалын аргаар конфигурацийн статистик шуугианыг бууруулж, $32^3 \times 8$, $48^3 \times 12$ хэмжээтэй латтисууд дээр, температурын $0.97T_c$ - $1.10T_c$, кварк хоорондын зайн 0.5 фм-2.5 фм хүртэлх мужид үр дүнг гаргаж авав. Энэхүү судалгаанаас бид дараах физик дүгнэлтүүдийг хийлээ.

- Урсгалын хоолой доторх энергийн нягт кваркуудын хоорондын зай $R = 0.8$ фм хүртэл тэдгээрийн хоорондын зай ихсэхэд огцом буурч байсан бол, үүнээс цааш аажим буурсаар ойролцоогоор $R = 1.8$ фм хүрэхэд тэг болж байгааг харуулав.
- Урсгалын хоолойн өргөн нь конфайнмент болон деконфайнмент фазуудын аль алинд нь $R = 1$ фм хүртэл кварк хоорондын зай холдоход ихсэж байсан. Харин үүнээс цааш зайг холдуулахад динамик фермионыг тооцох үед үүсдэг адрончлогдох үзэгдлээс шалтгаалж урсгалын хоолойн өргөн аажмаар буурч байгаад ойролцоогоор $R = 1.5$ фм болох үед тэг болж байгааг харуулсан. Энэхүү бидний гаргаж авсан урсгалын хоолойн өргөн буурч байгааг харуулсан шинэ үр дүн нь конфайнмент фазад [36]-тай,

деконфайнмент фазад [37]-той таарч байв.

- Дээрх хоёр үзэгдлээс $R = 1$ фм хүртэл урсгалын хоолойн өндөр буурч байхад өргөн нь ихэсдэг, цаашлаад зай ихсэхэд хоёулаа зэрэг буурсаар хоёр өөр зайн утган дээр тэг болдог гэж дүгнэв. Критик температуртай ойр байх температурын утганд урсгалын хоолойн өргөн болон энергийн нягт буурч байгаа боловч тэг биш байгаа нь деконфайнмент фазад ч урсгалын хоолой хэлбэрийн бүтэц оршин байдгийг харуулж байгаа бөгөөд харин температур болон кварк хоорондын зайн хангалттай их утганд хүрэхэд бүхэлдээ хайлж алга болдог болохыг тогтоов.
- $SU(3)$ цэвэр гэж онолоор тооцоолсон үр дүнтэй харьцуулахад динамик фермионыг тооцсон үед физик хэмжигдэхүүний тоон утга буурдаг болохыг үзүүлсэн. Мөн урсгалын хоолойн өргөний зайнаас хамаарах хамаарал ялгаатай байгааг харуулав.

Урсгалын хоолойг судалсан хоёр дахь арга буюу кварк-антикваркийн эргэн тойрон дахь ЭИТ-ийг хэмжих ажлыг хийхийн тулд бид шинээр `main_fit_emt.cu` програм зохиож, `parallelgpcode` багц програмын дэд програм болгон хөгжүүлсэн. $SU(3)$ цэвэр гэж онолоор, $32^3 \times 8$, $48^3 \times 12$, $64^3 \times 16$, $96^3 \times 12$ гэсэн дөрвөн өөр хэмжээтэй латтисууд дээр хэмжилтийг гүйцэтгэн, физик хэмжигдэхүүнийг тасралтгүй хязгаар руу шилжүүлэн судаллаа. Энэхүү судалгаагаар гарсан үр дүнгүүдээс дараах дүгнэлтүүдийг хийв.

- Стресс тензорийн огторгуйн түгэлтээс кваркууд хоорондоо хол зайтай үед явагддаг урсгалын хоолой алга болох үзэгдэл нь T_c -ээс их болон бага температураудын хувьд өөр өөр механизмаар явагдаж байгааг харуулсан. Энэ нь конфайнмент фазад утас тасрах үзэгдэл, деконфайнмент фазад өнгөний халхлах үзэгдэл явагдаж байгааг харуулж байна гэж дүгнэлээ.
- Тасралтгүй хязгаар руу шилжүүлсэн ЭИТ-ийн диагоналийн элементүүдийг температур болон кварк хоорондын зайнаас хамааруулан судлахад

температур болон кварк хоорондын зай ихсэхэд бүх компонентуудын тоон утга буурч байсан, мөн $T_{zz}(r)$, $T_{44}(r)$ компонентуудын шинж чанар өөрчлөгдөж байсан нь урсгалын хоолой хайлж байгааг харуулж байна гэж дүгнэв.

- ЭИТ-ийн түгэлтээс тооцоолсон кварк хоорондын хүч $F_{q\bar{q}}$ -ийн кварк хоорондын зайнаас хамаарах хамаарлаас критик температураас бага болон их байхад зайнаас хамаарах хамаарал нь ялгаатай байгааг харуулав. Өөрөөр хэлбэл, температур T_c -ээс бага байхад зайнаас хамаарч өсч байсан бол, T_c -ээс их байхад зайнаас хамаарч буурсаар хол зайд ойролцоогоор тэг болж байсан. Энэ нь деконфайнмент фазад, кварк хоорондын зайн тодорхой утганд өнгөт цэнэгүүдийн харилцан үйлчлэл халхлагдаж байгаад харуулж байна гэж дүгнэв.

Төслийн үр дүнгээр эрдэм шинжилгээний өгүүлэл 13-ыг хэвлүүлж, эрдэм шинжилгээний илтгэл 21-ийг илтгэж, хэлэлцүүлсэн байна. Мөн шинжлэх ухааныг сурталчлах танин мэдэхүйн мэдээ, нийтлэл 8-ийг нийтэлсэн.

5 Хавсралт

5.1 Хэвлэгдсэн бүтээлийн жагсаалт

1. Г. Энхтуяа, Ч. Содбилэг, П. Баттогтох, *Их температурт өнгөт халхлагдах үзэгдлийг бүтэн КХД-ийн онолоор судлах*, ФТХ-ийн бүтээл №47, (2020), 3-12.
2. П. Баттогтох, Ч. Содбилэг, Г. Энхтуяа, *Глюоны урсгалын хоолой тооцоолох програмыг parallelgpricode багц програмд нэгтгэсэн үр дүн*, ФТХ-ийн бүтээл №47, (2020), 13-20.
3. Г. Энхтуяа, Ч. Содбилэг, П. Баттогтох, *Их температурт өнгөт халхлагдах үзэгдлийг бүтэн КХД-ийн онолоор судалсан нь*, Хүрэл тогоот – 2020, хурлын эмхэтгэл, (2020), 71-80.
4. Г. Энхтуяа, Ч. Содбилэг, П. Баттогтох, *Их температур дахь кварк антикваркийн чөлөөт энерги*, МУИС-ийн “Физик” сэтгүүл, **31(536)**, (2020), 54-59.
5. Battogtokh P., Sodbileg Ch. and Enkhtuya G., *Finding a Suitable Fit Function Used to Determine the Physical Width of the Flux Tube with Dynamical Fermions*, Proceedings of the MAS, volume 60, **04(236)**, (2020), 9-17.
6. S. Chagdaa, B. Purew and E. Galsandorj, *Flux tubes in full QCD at high temperature*, Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics, IOP publishing, **48(12)**, (2021), 125001 (IF=3.014).
7. Б. Мөнхзаяа, Г. Энхтуяа, Ч. Содбилэг, *SU(3) цэвэр гэйж болон бүтэн КХД онолуудын харьцуулалтын үр дүнгээс*, ФТХ-ийн бүтээл №48, (2021), 44-51.
8. Enkhtuya Galsandorj, Sodbileg Chagdaa and Battogtokh Purev, *Color screening from flux tube in (2+1)-flavour QCD*, Physics of Particles and Nuclei Letters, **20(1)**, (2022), 10-16.

9. Enkhtuya Galsandorj, Sodbileg Chagdaa, Battogtokh Purev and Munkhzaya Batgerel, *Distribution of energy-momentum tensor around static quarks in $SU(3)$ gauge theory at high temperature*, PoS (LATTICE 2022), (2022), 278.
10. Battogtokh P., Sodbileg Ch., Enkhtuya G., *Preliminary results on the Energy Momentum Tensor around quark-antiquark system through the deconfinement phase transition*, Modern Physics Letters A, (2022) **(submitted)**.
11. Battogtokh P., Sodbileg Ch., Enkhtuya G., *Physical width of the fluxtube from EMT*, Physics of particles and nuclei letters, (2022) **(submitted)**.
12. B. Munkhzaya, Ch. Sodbileg, G. Enkhtuya, *Some results of the flux tube width using $SU(3)$ pure gauge theory*, Proceedings of MAS, (2022) **(submitted)**.
13. Б. Мөнхзаяа, Ч. Содбилэг, Г. Энхтуяа, П. Баттогтох, *Деконфайнмент фазад ЭИТ-оос энтропийн нягтыг тооцоолсон үр дүн*, ФТХ бүтээл № 49, (2022), 37-46.

5.2 Хэвлүүлсэн бүтээлүүд



ФИЗИК, ТЕХНОЛОГИЙН
ХҮРЭЭЛЭНГИЙН БҮТЭЭЛ № 47

х.3-12

ИХ ТЕМПЕРАТУРТ ӨНГӨТ ЦЭНЭГҮҮДИЙН ХАЛХЛАГДАХ ҮЗЭГДЛИЙГ БҮТЭН КХД-ИЙН ОНОЛООР СУДЛАХ

Г.Энхтуяа*, Ч.Содбилэг, П.Баттогтох

ШУА, Физик, технологийн гүрээлэн,
Онолын ба их энергийн физикийн салбар

Удиртгал

Энэ судалгааны ажлаараа өнгөөр дундажлагдсан чөлөөт энерги, талтлагдах масс, гүйдэг тогтмол гэсэн тэмжигдэхүүнүүдийг бүтэн КХД-ийн онолоор их температурт судлав. Симуляци явуулахдаа *tree level improved Symanzik gauge* болон *highly improved staggered quark* үйлчлэлтэйгээр $(2+1)$ фермионтой тохиолдолд гэйж конфигурациудыг үүсгэсэн бөгөөд тэмжилтийг температурын $0.97T_c-1.09T_c$, кварк хоорондын зайн $0.56\text{ fm}-2.5\text{ fm}$ мужид гүйцэтгэв. Чөлөөт энергийн зайнаас тамаарах тамаарлаас өнгөт цэнэгүүдийн талтлагдах үзэгдэл ажиглагдсан. Халтлагдах масс, гүйдэг тогтмолын анализаас кваркуудын талтлагдах үзэгдэл нь температураас мөн тамаардаг болох нь тарагдсан.

Түлхүүр үгс: Латтис КХД, өнгөт цэнэгүүдийн талтлалт, чөлөөт энерги, талтлагдах масс, гүйдэг тогтмол

1 ОРШИЛ

Кварк болон глюонуудын хоорондын харилцан үйлчлэлийн хүчийг судлах нь кварк конфайнмент үзэгдлийг тайлбарлахад чухал ач холбогдолтой. Мөн бага температур/барионы нягтаас их температур/барионы нягттай болох хүртэл гарч ирдэг ялгаатай фазуудыг тайлбарлахад чухал ач холбогдолтой байдаг. Тухайлбал, тэг эсвэл бага температуртай тохиолдолд кварк глюонууд хүчтэй хүчээр холбогдож хашигдсан хэлбэртэй байдаг бол их температурт кварк глюонууд сул холбоогоор холбогдож асимптотик чөлөөт байдлын шинж чанартай болох бөгөөд үүнийг кварк глюоны плазм гэж нэрлэдэг [1]. Кварк конфайнмент үзэгдлийн талаар тодорхой, нарийн ойлголтод хүрэх нь онолын их энергийн болоод хүнд ионы мөргөлдөөний туршилтын физикчдийн гол зорилго болоод байна.

*э-шуудан: enkhtuyag@mas.ac.mn



ГЛЮОНЫ УРСГАЛЫН ХООЛОЙ ТООЦООЛОХ ПРОГРАМЫГ PARALLELGPUCODE БАГЦ ПРОГРАМД НЭГТГЭСЭН ҮР ДҮН

П.Баттогтох*, Ч.Содбилэг, Г.Энхтуяа

*ШУА, Физик, технологийн гурээлэн,
Онолын ба Их энергийн физикийн салбар*

Удиртгал

Энэ ажлаар бид глюоны урсгалын хоолойг судлахад ашигладаг програмаа parallelgpucode багц програмын нэг хэсэг болгон програмчилсан. Энэ шинэ програмаараа өөрсдийн хэвлүүлсэн зарим нэг үр дүнг давтан тооцоолж, харьцуулан шалгахад сайн тохирч байна. Мөн програм маань өмнөх тусилбараасаа 18 дахин гурдан болсон.

Түлхүүр үгс: Lammuc КХД, Graphic Processing Unit - GPU, Compute Unified Device Architecture - CUDA

1 ОРШИЛ

График дүрслэлийн чиглэлээр үйлдвэрлэгдэж эхэлсэн graphics processing unit (GPU) нь шинжлэх ухаан, технологийн олон салбарт маш өргөн хүрээнд компьютер загварчлал, тооцоололд ашиглагдах болсон. Үүний улмаас үүссэн эрэлт хэрэгцээг хангахын тулд NVIDIA тэргүүтэй компаниуд GPU-ний технологи болон түүнд зориулсан програмчлалын хэл (CUDA) [1] -ийг жил ирэх бүр маш хурдацтайгаар сайжруулан хөгжүүлсээр байна. Үүний үр дүнд хэдхэн жилийн өмнө шинэ, хамгийн сайн нь байсан технологи өнөөдөр хуучин хоцрогдол гэж тооцогдохоор болжээ. Хамгийн ойрын нэг жишээ нь NVIDIA компаниас 2020 оны 5 сард гаргасан ampere архитектуртай GPU нь 2017 оны 12 сард гарсан өөрөөсөө өмнөх үеийн хамгийн хурдан volta архитектуртай GPU-наас 16 дахин хурдан тооцоолол хийдэг. Өөрөөр хэлбэл өмнө нэг жил тооцоолдог байсан бодлогыг өнөөдөр сар хүрэхгүй, 20 гаруй өдөрт шийдэгддэг болжээ. Энэ мэт NVIDIA -аас гаргасан GPU-ны хөгжлийн тойм мэдээллийг хүснэгт 1-д харуулав.

*э-шуудан: pbattogtokh@gmail.com

ИХ ТЕМПЕРАТУРТ ӨНГӨТ ЦЭНЭГҮҮДИЙН ХАЛХЛАГДАХ ҮЗЭГДЛИЙГ БҮТЭН КХД-ИЙН ОНОЛООР СУДЛАХ

Г.Энхтуяа*, Ч.Содбилэг, П.Баттогтох

ШУА, Физик, технологийн гурээлэн,
Онолын ба их энергийн физикийн салбар

Удиртгал

Энэ судалгааны ажлаараа өнгөөр дундажлагдсан чөлөөт энерги, талтлагдах масс, гүйдэг тогтмол гэсэн тэмэсигдэхүүнүүдийг бүтэн КХД-ийн онолоор их температурт судлав. Симуляци явуулахдаа tree level improved Symanzik gauge болон highly improved staggered quark үйлчлэлтэйгээр $(2+1)$ фермионтой тохиолдолд гэйж конфигурациудыг үүсгэсэн бөгөөд тэмэсигдлийг температурын $0.97T_c - 1.09T_c$, кварк хоорондын зайн $0.56 \text{ fm} - 2.5 \text{ fm}$ мужид гүйцэтгэв. Чөлөөт энергийн зайнаас тамаарал тамаарлаас өнгөт цэнэгүүдийн талтлагдах үзэгдэл ажиглагдсан. Халтлагдах масс, гүйдэг тогтмолын анализаас кваркуудын талтлагдах үзэгдэл нь температураас мөн тамаардаг болох нь харагдсан.

Түлхүүр үгс: Латтис КХД, өнгөт цэнэгүүдийн талтлалт, чөлөөт энерги, талтлагдах масс, гүйдэг тогтмол

1 ОРШИЛ

Кварк болон глюонуудын хоорондын харилцан үйлчлэлийн хүчийг судлах нь кварк конфайнмент үзэгдлийг тайлбарлахад чухал ач холбогдолтой. Мөн бага температур/барионы нягтаас их температур/барионы нягттай болох хүртэл гарч ирдэг ялгаатай фазуудыг тайлбарлахад чухал ач холбогдолтой байдаг. Тухайлбал, тэг эсвэл бага температуртай тохиолдолд кварк глюонууд хүчтэй хүчээр холбогдож хашигдсан хэлбэртэй байдаг бол их температурт кварк глюонууд сул холбоогоор холбогдож асимптотик чөлөөт байдлын шинж чанартай болох бөгөөд үүнийг кварк глюоны плазм гэж нэрлэдэг [1]. Кварк конфайнмент үзэгдлийн талаар тодорхой, нарийн ойлголтод хүрэх нь онолын их энергийн болоод хүнд ионы мөргөлдөөний туршилтын физикчдийн гол зорилго болоод байна.

*э-шуудан: enkhtuyag@mas.ac.mn

Их температур дахь кварк антикваркийн чөлөөт энерги

Г.Энхтуяа*, Ч.Содбилэг, П.Баттогтох

Физик, технологийн хүрээлэн, ШУА, Монгол улс

Энэ судалгааны ажлаараа өнгөөр дундажлагдсан чөлөөт энерги, халхлагдах масс, гүйдэг тогтмол гэсэн хэмжигдэхүүнүүдийг бүтэн КХД-ийн онолоор их температурт судлав. Симуляцийг tree level improved Symanzik gauge болон highly improved staggered quark үйлчлэлтэйгээр (2+1) фермионтой тохиолдолд гүйцэтгэж гэйж конфигурациудыг үүсгэсэн бөгөөд хэмжилтийг $32^3 \times 8, 48^3 \times 12$ хэмжээтэй латтисууд дээр, температурын $0.97T_c - 1.10T_c$, кварк хоорондын зайн 0.56 фм-2.5 фм мужид гүйцэтгэв. Чөлөөт энергийн зайнаас хамаарах хамаарлаас өнгөт цэргүүдийн халхлагдах үзэгдэл ажиглагдсан бөгөөд халхлагдах зайг $\sim 1 - 1.2$ фм гэж тогтоов. Халхлагдах масс, гүйдэг тогтмолын анализаас кваркуудын халхлагдах үзэгдэл нь температураас мөн хамаардаг болох нь харгдсан.

I. ОРШИЛ

Орчлон ертөнцийг бүрдүүлж байдаг бүх материйн хоорондын харилцан үйлчлэлийг гравитацийн, цахилгаан соронзон, сул, хүчтэй харилцан үйлчлэл гэсэн ертөнцийн 4 хүчний онолоор тайлбарладаг. Эдгээрээс хүчтэй харилцан үйлчлэлийн онолоор материйг бүрдүүлэгч хамгийн эгэл хэсэг болох кваркуудын харилцан үйлчлэлийг судалдаг. Бидний мэдэх цахилгаан соронзон онолд хоёр цэнэгийн хоорондын зайг холдуулахад харилцан үйлчлэлийн хүч нь буурдаг бол хүчтэй харилцан үйлчлэлийн онолд үүний эсрэг үзэгдэл ажиглагддаг. Өөрөөр хэлбэл, хоёр кваркийн хоорондын зайг холдуулахад тэдгээрийн харилцан үйлчлэлийн хүч зайнаас шугаман хамааралтай өсдөг бөгөөд энэ үзэгдлийг кварк конфайнмент гэж нэрлэдэг. Үүнээс шалтгаалж кваркууд байгаль дээр хэзээ ч дангаар буюу чөлөөт байдалтайгаар оршдоггүй, үргэлж адрон дотор хашигдсан хэлбэртэйгээр ажиглагддаг байна. Тиймээс кваркуудын харилцан үйлчлэлийг тэдгээрийн хоорондын зай болон температураас хамааруулан судлах нь кварк конфайнмент үзэгдлийг тайлбарлахад чухал ач холбогдолтой. Релятив хүнд ионы мөргөлдөөний туршилтуудын үр дүнгээс их температур ба нягттай үед кваркууд адроны төлөөс кварк глюоны плазм (КГП) руу шилжих фазын шилжилт болно гэдгийг баталсан квант хромодинамикийн (КХД) сонирхолтой шинж чанаруудыг нээсэн байдаг [1]. Энэхүү хүнд ионы мөргөлдөөний туршилтаас гарч ирж байгаа

фазын шилжилтийн нарийвчилсан сигналыг гаргаж авахын тулд КГП-ын дулааны шинж чанарын тооцоог анхдагч зарчмаас нь хийх зайшгүй шаардлагатай. Энэхүү анхдагч зарчмаас нь, хөндөх бус аргаар тооцоолол хийдэг арга бол Латтис КХД юм. Кварк глюоны плазмын хамгийн чухал шинж чанаруудын нэг бол өнгөт цэнэгүүдийн халхлагдах үзэгдэл юм [2]. Конфайнмент фазаас деконфайнмент болох критик температур T_c -ээс их ямар нэг температурын утганд өнгөт цэнэгүүдийн халхлагдах үзэгдэл явагдсанаас шалтгаалж кваркууд сална гэж үздэг [3]. Энэхүү хүнд кваркуудын халхлагдах үзэгдлийг Латтис КХД-ийн онолоор тооцоолсон статик кварк антикваркийн чөлөөт энергийн анализаар судлах боломжтой. Чөлөөт энерги гэдэг бол систем ямар нэг бэхлэгдсэн температурт ($T \neq 0$) байхад тухайн системийн төлвийг илэрхийлдэг хэмжигдэхүүн. Кваркуудын хоорондын чөлөөт энергийн судалгаа нь цэвэр гэйж [4,5] болон бүтэн КХД-ийн онолуудаар [6-9] судлагдсан байдаг.

Энэхүү судалгааны ажлаараа бид хоорондоо R зайд байрлаж байгаа Поляковын гогцоо болон түүний эрмит хосмог гогцооны корреляцаас тооцоолсон өнгөөр дундажлагдсан чөлөөт энергийг кварк хоорондын зай ба температураас хамааруулан судалсан. Мөн чөлөөт энергийн датанд тохирох функцаар фит хийж халхлагдах масс, гүйдэг тогтмол гэсэн хэмжигдэхүүнүүдийг тооцоолон анализ хийлээ. Эдгээр хэмжигдэхүүнүүдийг судалсан өмнөх ажлуудын ихэнх нь синглет чөлөөт энергис тооцоолсон

* Electronic address: enkhtuyag@mas.ac.mn

ARTICLE

Finding a suitable fit function used to determine the Physical width of the Flux tube with Dynamical fermions

Battogtokh Purev*, Sodbileg Chagdaa and Enkhtuya Galsandorj

Department of Theoretical and High Energy Physics, Institute of Physics and Technology, Mongolian Academy of Sciences, Ulaanbaatar, Mongolia

ARTICLE INFO: Received: 19 Aug, 2020; Accepted: 29 Nov, 2020

Abstract: We have determined the width of the flux tube for several temperatures and distances using four different fit functions in order to determine the appropriate function that fits the data of the middle transverse distribution of flux tube with the dynamical fermions. Our results have revealed that only one fitting function cannot determine the width of the flux tube at the given temperatures and distances. We conclude that appropriate fit functions are a four coefficient function where $R < 0.8$ fm and where Gaussian function is $R > 0.8$ fm.

Keywords: lattice QCD; dynamical fermions; width of the flux tube;

INTRODUCTION

In the previous study [1], we measured the flux tube with dynamical quarks configurations in full QCD with (2+1) flavors using HISQ/tree action on the lattice of volume $32^3 \times 12$ at different temperatures and distances as part of the research to study the mechanism of color confinement and the structure of the hadron. At the end of 2019, we increased the statistics for this measurement. Using this increased data, we can find an appropriate fit function to determine the width of the flux tube with dynamical fermions. Computing the width of the flux tube is an important part of the study of the mechanism of confinement. Therefore, this work will give us better chances to improve

our understanding of the mechanism of confinement.

Computation of the width of the flux tube

The flux tube between quark and anti-quark is extracted from the correlation of the plaquette with the Polyakov loops. From ref. [2], we can see that the correlation function can express squared components of the chromo-electric (E^2) and chromo-magnetic (B^2) field distributions. The physical flux tube is defined by a spatial distribution of energy density via

$$\epsilon = E^2 + B^2. \quad (1)$$

A two-dimensional image of the flux tube is illustrated in Figure 1.

*corresponding author: pbattogtokh@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-5170-1267>



The Author(s). 2020 Open access This article is distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided you give appropriate credit to the original author(s) and the source, provide a link to the Creative Commons license, and indicate if changes were made.

Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics

PAPER

Flux tubes in full QCD at high temperature

S Chagdaa^{2,1} , B Purev¹ and E Galsandorj¹

Published 11 October 2021 • © 2021 IOP Publishing Ltd

[Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics, Volume 48, Number 12](#)

Citation S Chagdaa et al 2021 *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **48** 125001

DOI 10.1088/1361-6471/ac2679

[References](#) ▾

[+ Article information](#)

Abstract

Chromoelectric and chromomagnetic field and energy density distributions produced by a quark-antiquark pair have been investigated in the presence of dynamical fermions in the close vicinity to the deconfinement phase transition. In our lattice simulation we have used highly improved staggered quark action and tree level improved Symanzik gauge (HISQ/tree) action on the lattices of two different sizes, exploiting the Gradient flow method for noise reduction. We find that, in full QCD with dynamical quarks, the dynamical fermions widen the flux tube in a short separation range of about $R = 1$ fm, after which an hadronization takes place due to the suppression by the dynamical fermions. Energy density and width of the flux tube vanish at about $R = 1.8$ fm and $R = 1.5$ fm, respectively, at all temperatures. The present results also suggest that the flux tube structure still persists in the deconfined phase and it melts gradually after certain temperature value is reached above the critical temperature.



SU(3) ЦЭВЭР ГЕЙЖ БОЛОН БҮТЭН КХД ОНОЛУУДЫН ХАРЬЦУУЛАЛТЫН ҮР ДҮНГЭЭС

Б. Мөнхзаяа*, Г. Энхтуяа, Ч. Содбилэг

ШУА, Физик технологийн хүрээлэн,
Онагын ба Их энергийн физикийн лаборатори

Удиртгал

Бид энэхүү ажиглалтад цэвэр гейж болон бүтэн квантхромодинамик онолуудын мэдээг гарган тайлбарлагч зорилгоо. Үүний тулд SU(3) цэвэр гейж онолоор $32^3 \times 8$ латтис дээрх кварк антикваркын хоорондох глюоны урсгалын тоолой дахь хромодинамик болон хромосоронзон орны байгуулагчуудыг тэмдэглэж, тэмдэглэлийн үр дүнгээ бусад сүдлаачдын цэвэр гейж болон бүтэн КХД-ийн онолоор тооцсон үр дүнгүүдтэй харьцуулан судаллаа.

Түлхүүр үгс: Глюоны урсгалын тоолой, латтис квантхромодинамик, цэвэр гейж онол, бүтэн КХД онол, динамик кварк

1. ОРШИЛ

Байгаль дээрх дөрвөн харилцан үйлчлэлийн хүчний нэгдлийг хангасан онол байгуулах нь дэлхийн физикчдийн гол зорилго болоод байгаа билээ. Ингэснээр одоогоор тодорхой тайлбарлагдаагүй байгаа харанхуй матери, харанхуй энерги, Хигс механизмыг тайлбарлах боломжтой болох юм. Эгэл бөөмийн физикийн чухал ухагдахуун болох протон, нейтрон, пион зэрэг адронууд нь кварк болон глюонуос тогтох бөгөөд кваркууд нь хүчтэй харилцан үйлчлэлийн хүчний нөлөөгөөр глюоны тусламжтайгаар хоорондоо барьцалдан оршдог. Кварк глюоны харилцан үйлчлэлийг судалдаг онолыг Квантхромодинамик гэж нэрлэдэг. Квант электродинамик (КЭД)-т цахилгаан соронзон хүчний зөөгч нь фотонууд байдаг шиг КХД-ийн хувьд хүчний зөөгч нь глюонууд болно. Глюон нь өөрөө өнгөтэй бөгөөд нэг өнгийг нөгөөд дамжуулснаар харилцан үйлчлэл явагддаг. КХД-т хоёр чухал ойлголт байдаг нь: асимптотик чөлөөт байдал, кварк конфаинмент үзэгдэл юм.

*Э-шуудан: munkhayaab@mas.ac.mn

PHYSICS OF ELEMENTARY PARTICLES
AND ATOMIC NUCLEI. THEORY

Color Screening from Flux Tube in (2 + 1)-Flavour QCD

Enkhtuya Galsandorj^a, * (ORCID: 0000-0002-2900-6890), Sodbileg Chagdaa^a, ** (ORCID: 0000-0003-1386-2948),
and Battogtokh Purev^a, *** (ORCID: 0000-0002-5170-1267)

^a Laboratory of Theoretical and High Energy Physics, Institute of Physics and Technology, Ulaanbaatar, Mongolia

* e-mail: enkhtuyag@mas.ac.mn

** e-mail: sodbilegch@mas.ac.mn

*** e-mail: battogtokhp@mas.ac.mn

Received June 13, 2022; revised August 24, 2022; accepted September 5, 2022

Abstract—We measure the flux tube produced by quark-antiquark pair in (2 + 1) flavour QCD with physical mass at high temperature. To increase the signal over noise ratio, we apply the Gradient flow method. In this study, we analyse the dependence of the penetration length and the effective mass, the flux tube width and the free energy on temperature and $q\bar{q}$ separation. From the results of the non-vanishing penetration length and effective mass, we observe screening of the color electric field. The free energy exhibits that the screening phenomenon depends on interquark distance and temperature. For width of the flux tube, we observe quantum widening up to $R = 1.5$ fm at all temperatures which are in close vicinity to the deconfinement transition temperature T_c .

Keywords: quark confinement, lattice QCD, dynamical quark, flux tube width, color screening, free energy

DOI: 10.1134/S1547477123010065

1. INTRODUCTION

The theoretical explanation of the quark confinement phenomenon is one of the intriguing problems of the strong interaction, quantum chromodynamics (QCD). Lattice QCD discretising space-time on the 4-dimensional lattice is the tool provide us detailed information of the phenomenon. The flux tube structure emerges between the quarks due to gluon's self-interaction behaviour, which well established by a wealth of numerical analysis in QCD [1–11].

The investigation of the physical quantities inside the flux tube can give us the detailed information about the color confinement phenomenon. A large amount of numerical studies of the flux tube have been performed in SU(2) and SU(3) pure gauge theories at zero and nonzero temperatures, respectively. In the few last decades, research works of lattice QCD that include effects of dynamical fermions have been intensively done [12–14]. However, in full QCD, there are not many studies that measure flux tube, and only have been investigated in [15, 16] at zero temperature and [17–19] at nonzero temperature. Therefore, in this work, we studied transformation and feature of the flux tube when underlying the phase transition from confined phase, hadron phase to deconfined phase, quark gluon plasma phase, by means of computing the physical quantities inside the flux tube.

The strongly interacting quark and gluons at low temperatures, move to a new state of matter when the

temperature rises to a critical temperature T_c , the plasma phase of the quark gluon. One of the main features of this quark gluon plasma phase is the color screening phenomenon. The conventional method to investigate the phenomenon is the free energy and Debye screening mass that are computed from the correlation function of the two Polyakov loops R spaced from each other. In this study, we also calculated the color-averaged free energy computed from two Polyakov loops at different values of interquark distance and temperature. On the other hand, the phenomenon can be studied by analyzing some physical quantities obtained from the flux tube. For this purpose, we have computed penetration length and effective mass of the dual gluon and have studied the color screening phenomenon in same way as described in [15, 20]. Also, we have computed the width of the flux tube in different way from [18, 19] and have compared with these references.

The structure of the paper is the following: In Section 2, we briefly review the theoretical background of our measurement including the technique of the measurement and observables. Our results and analysis are summed up in Section 3. Section 3 is divided into two subsections. In the first subsection, we analyse physical quantities from fit. And in the next subsection, we study free energy a quark and an antiquark. Finally, we conclude our findings in Section 4.



Distribution of energy-momentum tensor around static quarks in SU(3) gauge theory at high temperature

Enkhtuya Galsandorj,* Sodbileg Chagdaa, Battogtokh Purev and Munkhaya Batgerel

Laboratory of Theoretical and High Energy Physics, Institute of Physics and Technology, Mongolian Academy of Sciences,

Peace Ave. 54b, 13330 Ulaanbaatar, Mongolia

E-mail: enkhtuyag@mas.ac.mn, sodbilegch@mas.ac.mn, battogtokhp@mas.ac.mn, munkhayaab@mas.ac.mn

In this study, we explore the distribution of energy-momentum tensor around a static quark and an antiquark in SU(3) pure gauge theory at finite temperature. Double extrapolated transverse distributions on mid-plane of the flux tube have been presented for the first time at nonzero temperature. Also, we investigate the spatial distributions of the flux tube on the source plane obtaining from the stress tensor for several $q\bar{q}$ separations and temperatures above and below the critical temperature. The resultant distributions show the detailed structure of the flux tube. Finally, we show the dependence of F_{stress} that is computed from the integral of the stress tensor on the distance between the quark and antiquark on a finer lattice.

*The 39th International Symposium on Lattice Field Theory,
8th-13th August, 2022,
Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Bonn, Germany*

*Speaker

© Copyright owned by the author(s) under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International License (CC BY-NC-ND 4.0).

<https://pos.sissa.it/>

International Journal of Modern Physics A
© World Scientific Publishing Company

Preliminary results on the Energy Momentum Tensor around the quark-antiquark system at the deconfinement phase transition

Battogtokh Purev, Sodbiäg Chagliaa, and Enkhтуяа Galsandorj

Laboratory of Theoretical and High Energy Physics,
Institute of Physics and Technology, Mongolian Academy of Science,
Peace Ave. 54b, 13330 Ulaanbaatar, Mongolia
battogtokhp@mas.ac.mn

We have created a simulation program to compute the spatial distribution of the energy-momentum tensor around the quark and anti-quark system. In this paper, we present preliminary results from our new program. The results successfully mapped the central phenomena around the critical temperature, including string breaking, color-screening, and fluxtube.

Keywords: Lattice QCD, Energy momentum tensor, gradient flow, fluxtube

1. Introduction

In the quantum field theory, the energy-momentum tensor (EMT), $\tau_{\mu\nu}$, is a fundamental observable that contains local information about the field. Simulating EMT around the meson-like system by Yang-Mills lattice gauge theory is crucial for understanding the mechanism of confinement phenomena. Unfortunately, there was a problem that was formulating EMT on the lattice because it is non-trivial on the lattice. The Yang-Mills gradient flow method¹ and its small flow-time expansion² make it possible to use for the lattice gauge theory.³

With the EMT, we can directly measure quantities such as energy density and action density, which were calculated before by the integral method, and determine many other relevant new observables such as pressure, shear viscosity, specific heat, and stress tensor. For the studies,^{5,7} of EMT around the quark-anti-quark pair, stress tensor and energy density distribution in the mid-plane of the two quarks have been studied preliminarily at some specific temperatures and quark separations.

This study has used the $SU(3)$ pure gauge color-averaged Polyakov loops correlator after the previous studies used the color-singlet one. In this study, we also have revealed EMT along the widening fluxtube at several temperatures around the deconfinement phase transition.

The physical width of the flux tube from EMT

Battogtokh P., Sodbileg Ch., Enkhtuya G. & Munkhzaya B.

Laboratory of Theoretical and High Energy Physics,
Institute of Physics and Technology, Mongolian Academy of Science,
Peace Ave. 54b, 13330 Ulaanbaatar, Mongolia

E-mail: battogtokhp@mas.ac.mn

Abstract. In this preliminary study, we aimed to compute the physical width of the flux tube using the Energy-Momentum Tensor (EMT) for the first time around the critical temperature in pure SU(3) lattice gauge theory. Our results show that the flux tube widens at the confined phase and either melts or does not exist at the deconfined stage.

1. Introduction

One of the last decade's outstanding achievements is the possibility of calculating the energy-momentum tensor (EMT) using the gradient flow method through lattice field theory simulation [1–4]. Every component of the EMT and their correlation gives us crucial local observables of the physical system, including the energy and action density, pressure, trace anomaly, entropy density, shear and bulk viscosity, and stress tensor. We have already started calculating the tensor in our research which uses meson-like systems to study the mechanism of color confinement phenomena at non-zero temperatures [5].

The confinement remains one of the main problems in particle physics. Analyzing the width of the flux tube is an essential aspect of studying confinement when the widening of the flux tube can serve as numerical evidence of color confinement [6–8]. Until today, the physical width of the flux tube has been computed from the chromoelectric and chromomagnetic fields between a static quark-antiquark pair. In this work, we use the EMT, τ_{ij} , to study the flux tube produced by static quark and antiquark around the deconfinement phase transition in pure gauge SU(3) lattice field theory. We fitted the simulated data, τ_{00} , or energy density distribution to determine the width at the center of the two sources.

2. Simulation details

In the case of nonzero temperature, a Polyakov loop $P(0)$ and its adjoint $P^\dagger(R)$ operators separated by a lattice vector R play the role of static quark and anti-quark pair. Then,



ДЕКОНФАЙНМЕНТ ФАЗАД ЭНЕРГИ-ИМПУЛЬСЫН ТЕНЗОРООС ТООЦООЛСОН ЭНТРОПИЙН НЯГТ

Б. Мөнхзаяа*, Ч. Содбилэг, Г. Энхтуяа, П. Баттогтох

ШУА, Физик, технологийн түрээлэн,
Онолын ба Их энергийн физикийн лаборатори

Удиртгал

Бид энэхүү судалгааны ажлаараа деконфайнмент фазад $1.12T_c$, $1.44T_c$, $2.10T_c$ температурын утгуудад энерги-импульсийн тензороос энтропийн нягтыг тооцоолов. Энтропийн нягтыг урсгалт тухацаанаас тамааруулан судалж, латтисын алслагд болон урсгалт тухацааг тэг рүү тэмүүлүүлсэн хязгаар авч, тасралтгүй хязгаар дахь тоон утгуудыг гарган авав. Түүнчлэн, тасралтгүй хязгаар дахь энтропийн нягтын утгуудыг температураас тамааруулан судлав.

Түлхүүр үгс: Латтис КХД, конфайнмент, деконфайнмент фаз, энерги-импульсийн тензор, энтропийн нягт

1. ОРШИЛ

Кварк болон глюоны харилцан үйлчлэлийг илэрхийлэх Квантхромодинамик (КХД) дахь судлагдаж байгаа гол асуудлууд бол кварк конфайнмент үзэгдэл, мөн кварк глюоны плазмын фазын шинж чанарын судалгаа юм. КХД-ийн фазын диаграм ёсоор температур ихсэхэд адрон дахь кварк глюоны харилцан үйлчлэл суларч улмаар тодорхой нэг температурын критик утганд хүрэхэд адрон нь кварк глюон болж задрах буюу адроны фазаас кварк глюоны плазм (КГП)-д шилжинэ [1-8]. Энэхүү фазын шилжилт болон фазын шилжилтийн үеийн үзэгдлийг латтис гэйж онолоор термодинамик хэмжигдэхүүнүүдийг судлах замаар тайлбарлана. Өөрөөр хэлбэл, тухайн системийн термодинамикийг судлахад термодинамик хэмжигдэхүүнүүд маш чухал. Эдгээр энергийн нягт, даралт, энтропийн нягт зэрэг хэмжигдэхүүнүүдийг температураас хамааруулан судлах нь фазын шилжилтийн эрэмбийг тодорхойлох, мөн тухайн системийн төлөв байдлыг судлахад чухал ач холбогдолтой.

Латтис КХД-ийн онолоор термодинамик хэмжигдэхүүнүүдийг тооцоолох үндсэн хоёр арга байдаг нь:

*Э-шуудан: munkhazayab@mas.ac.mn

5.3 Хурал, семинарт тавьсан илтгэлийн жагсаалт

1. П. Баттогтох, Ч. Содбилэг, Г. Энхтуяа, *Глюоны урсгалын хоолойн өргөн, аман илтгэл* (ФТХ-ийн ЗСС, 2020.11.04).
2. Г. Энхтуяа, Ч. Содбилэг, П. Баттогтох, *Кварк антикваркийн эргэн тойрон дахь энерги-импульсийн тензорийг $SU(3)$ цэвэр гэйж онолоор судлах, аман илтгэл*, (ФТХ-ийн ЗСС, 2020.12.09).
3. Г. Энхтуяа, Ч. Содбилэг, П. Баттогтох, *Их температурт өнгөт халхлагдах үзэгдлийг бүтэн КХД-ийн онолоор судалсан нь*, аман илтгэл, (Хүрэл тогоот – 2020, эрдэм шинжилгээний хурал, 2020.11.14)
4. Г. Энхтуяа, Ч. Содбилэг, П. Баттогтох, *Их температур дахь кварк антикваркийн чөлөөт энерги*, аман илтгэл, (Физик, физик боловсролын асуудал VI, эрдэм шинжилгээний хурал, 2020.11.19 – 2020 .11.20).
5. Г. Энхтуяа, Ч. Содбилэг, *Латтис дээр энерги-импульсийн тензорийг тооцоолох*, аман илтгэл, (ФТХ-ийн ЗСС, 2021.05.12).
6. П. Баттогтох, Ч. Содбилэг, *Кварк-антикваркийн системийн хувьд энерги-импульсийн тензор тооцоолох програм*, аман илтгэл, (ФТХ-ийн ЗСС, 2021.06.16).
7. Б. Мөнхзаяа, *$SU(3)$ цэвэр гэйж онолоор урсгалын хоолойг хэмжсэн хэмжилтийн үр дүнгээс*, аман илтгэл, (ФТХ-ийн ЗСС, 2021.06.23).
8. П. Баттогтох, Ч. Содбилэг, *Progress of the programming to simulate EMT in the $Q\hat{Q}$ system*, аман илтгэл, (ФТХ-ийн ЗСС, 2021.10.13).
9. Г. Энхтуяа, Ч. Содбилэг, *Flux tube widths from action density in Full QCD*, аман илтгэл, (ФТХ-ийн ЗСС, 2021.10.27).
10. Ч. Содбилэг, П. Баттогтох, Г. Энхтуяа, *Flux tubes in full QCD at high temperature*, аман илтгэл, (МФН-ийн хурал, 2021.11.18-2021.11.19).

11. Б. Мөнхзаяа, Г. Энхтуяа, Ч. Содбилэг, *SU(3) цэвэр гэйж болон бүтэн кхд онолуудын үр дүнгүүдийн харьцуулалт*, ханын илтгэл, (МФН-ийн хурал, 2021.11.18-2021.11.19).
12. Б. Мөнхзаяа, *Comparison of the results from the pure gauge and full QCD theories*, аман илтгэл, (ФТХ-ийн ЗСС, 2021.12.01).
13. П. Баттогтох, Ч. Содбилэг, *Progress of the programming to simulate EMT in the QQ system*, аман илтгэл, (ФТХ-ийн ЗСС, 2022.04.20).
14. Б. Мөнхзаяа, Ч. Содбилэг, Г. Энхтуяа, *SU(3) цэвэр гэйж онолоор урсгалын хоолойн өргөнийг тооцоолсон үр дүнгээс*, аман илтгэл, (ФТХ-ийн ЗСС, 2022.05.25).
15. Г. Энхтуяа, Ч. Содбилэг, *Статик кваркуудын эргэн тойрон дахь энерги-импульсийн тензорийн түгэлтийг SU(3) цэвэр гэйж онолоор судалсан үр дүн*, аман илтгэл, (ФТХ-ийн ЗСС, 2022.06.08).
16. Enkhtuya Galsandorj, Sodbileg Chagdaa, Battogtokh Purev and Munkhzaya Batgerel, *Distribution of energy-momentum tensor around static quarks in SU(3) gauge theory at high temperature*, постер илтгэл, (The 39th International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2022), 2022.08.08-2022.08.14).
17. П. Баттогтох, Ч. Содбилэг, *Physical width of the fluxtube from EMT*, аман илтгэл, (ФТХ-ийн ЗСС, 2022.10.19).
18. Б. Мөнхзаяа, Ч. Содбилэг, Г. Энхтуяа, П. Баттогтох, *Деконфайнмент фазад ЭИТ-оос энтропийн нягтыг тооцоолсон үр дүн*, аман илтгэл, (МФН-ийн хурал 2022, 2022.10.21).
19. Enkhtuya Galsandorj, Sodbileg Chagdaa, Battogtokh Purev and Munkhzaya Batgerel, *Distribution of energy-momentum tensor around static quarks in SU(3) gauge theory at high temperature*, аман илтгэл, (ФТХ-ийн ЗСС, 2022.10.26).

20. П. Баттогтох, Ч. Содбилэг, Г. Энхтуяа, *Глюоны урсгалын хоолойг энерги-импульсийн тензор ашиглан судалсан үр дүнгээс*, аман илтгэл, (Хүрэл тогоот – 2022, эрдэм шинжилгээний хурал, 2022.11.12).
21. В. Munkhzaya, Ch. Sodbileg, G. Enkhtuya, P. Battogtokh, *Results of entropy density from EMT in deconfinement phase*, аман илтгэл, (ФТХ-ийн ЗСС, 2022.12.14).

5.4 Хэлэлцүүлсэн илтгэлүүд



Глюоны урсгалын хоолойн өргөн

П. Баттогтох, Ч. Содбилэг, Г. Энхтуяа

ШУА, Физик технологийн хүрээлэн

2020 оны 11-р сарын 4

КВАРК АНТИКВАРКИЙН ЭРГЭН ТОЙРОН ДАХЬ ЭНЕРГИ ИМПУЛЬСИЙН ТЕНЗОРЫГ $SU(3)$ ГЭЙЖ ОНОЛООР СУДЛАХ НЬ

Докторант Г. Энхтуяа
Удирдагч: Доктор Ч. Содбилэг

Онолын физикийн лаборатори, ФТХ

2020 оны 12-р сарын 09

ИХ ТЕМПЕРАТУРТ ӨНГӨТ ЦЭНЭГҮҮДИЙН ХАЛХЛАГДАХ
ҮЗЭГДЛИЙГ БҮТЭН КХД-ИЙН ОНОЛООР СУДАЛСАН НЬ

Г. Энхтуяа, Ч. Содбилэг, П. Баттогтох

Онолын ба их энергийн физикийн салбар, ФТХ, ШУА

“ХҮРЭЛ ТОГООТ - 2020” ЭРДЭМ ШИНЖИЛГЭЭНИЙ ХУРАЛ

Байгалийн ухааны салбар

2020 оны 11-р сарын 14

◀ ▶ ⏪ ⏩ ⏴ ⏵ ⏶ ⏷ ⏸ ⏹ ⏺ ⏻ ⏼ ⏽ ⏾ ⏿ 🔍

Г.ЭНХТУЯА (ФТХ, ШУА)

ХҮРЭЛ ТОГООТ - 2020

2020 ОНЫ 12-Р САРЫН 16

1 / 14

ИХ ТЕМПЕРАТУР ДАХЬ КВАРК-АНТИКВАРКИЙН ЧӨЛӨӨТ
ЭНЕРГИ

Г. Энхтуяа, Ч. Содбилэг, П. Баттогтох

Онолын ба их энергийн физикийн салбар, ФТХ, ШУА

МОНГОЛЫН ФИЗИКИЙН НИЙГЭМЛЭГ

ҮНДЭСНИЙ ЭРДЭМ ШИНЖИЛГЭЭНИЙ ХУРАЛ - 2020

2020 оны 11-р сарын 19

◀ ▶ ⏪ ⏩ ⏴ ⏵ ⏶ ⏷ ⏸ ⏹ ⏺ ⏻ ⏼ ⏽ ⏾ ⏿ 🔍

Г.ЭНХТУЯА (ФТХ, ШУА)

МФН - 2020

2023 ОНЫ 4-Р САРЫН 20

1 / 12

SU(3) цэвэр гэйж онолоор урсгалын хоолойг хэмжсэн хэмжилтийн үр дүнгээс

ОИЭФС ЭШДаА Б.Мөнхзаяа
Удирдагч доктор Ч.Содбилэг

2021.06.23



Progress of the programming
to simulate EMT in the $Q\hat{Q}$ system

Battogtokh P., Sodbileg Ch. and Enkhtuya G.

Institute of Physics and Technology, MAS

October 13, 2021

FLUX TUBE WIDTHS FROM ACTION DENSITY IN FULL QCD

Enkhtuya G
Supervisor: Ph.D Sodbileg Ch

Laboratory of Theoretical and High Energy Physics, IPT

2021 оны 10-р сарын 27

ENKHTUYA G

ЗСС

2021 ОНЫ 10-Р САРЫН 27

1 / 12



FLUX TUBES IN FULL QCD AT HIGH TEMPERATURE


Sodbileg Ch, Battogtokh P and Enkhtuya G

Theoretical and High Energy Physics Laboratory, IPT

2021.11.19

2022 ОНЫ 12-Р САРЫН 8

1 / 17



ШУА ФТХ
ЖИЛИЙН ОЙ

SU(3) ЦЭВЭР ГЕЙЖ БОЛОН БҮТЭН КХД ОНОЛУУДЫН
ҮР ДУНГУУДИЙН ХАРЬЦУУЛАЛТ

Б.Мунхзаяа, Г.Энхтуяа, Ч.Содбилэг

ШУА, Физик технологийн хурээг, Онолын ба Их энергийн физикийн лаборатори

УДИРТАЛ

Бид энэжүү ажилдаа SU(3) цэвэр гейж онолоор кварк антикваркийн хоорондох глюоны урсгалын хоолой дахь хромоцихлалсан болон хромосоронзон орны байгуулагуудыг хэмжиж, хэмжилтийн үр дүнгээ бусад судлаачдын цэвэр гэжж болон динамик кваркийн нөлөөг тооцсон бүтэн КХД-ийн онолоор тооцоолсон үр дүнгүүдтэй харьцуулан судлав.

Түгээвэр үгс: Глюоны урсгалын хоолой, латитис квантродинамик, цэвэр гэжж онол, бүтэн кхд онол, динамик кварк.

ОРШИЛ

КХД-ийн одоог хүртэл бүрэн тайлбарлагдаагүй нэг чухал ойлголт бол кварк конфайнмент үзэгдэл юм. Физикчид энэ үзэгдлийг адрон дахь кварк глюоны харилцан үйлчлэлийг латитис инвариант онол ашиглан тайлбарлахыг зорьж байгаа билээ. Байнганд ажилладаг адронууд нь статик болон динамик кваркас төгсөл. Динамик кварк нь тогтворгүй глюоны харилцан үйлчлэлийн уламж үргэлж шингэр үүсч, устаж алга болж байдаг учир тооцоо хийхэд хүндэрлэдэг. Иймээс физикчид ихэвчлэн цэвэр гэжж онол ашиглан цэвэр глюоны орны тооцоолал хийдэг. Гэвч динамик кварсууд нь адрон дотроо үргэлж оршиж байдаг учир тэдгэрийн нөлөөг заавал тооцох шаардлагатай. Иймд динамик кваркийн нөлөөг тооцсон бүтэн КХД-ийн онолоор тооцоо хийх нь дээрх үзэгдлийг бүрэн тайлбарлах нэг арга болж болно.

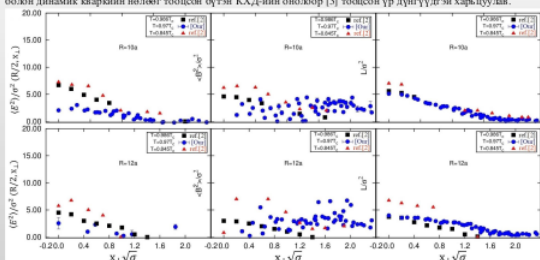
ОНОЛЫН ХЭСЭГ

Цэвэр гэжж онол Цэвэр гейж онолын хувьд кваргуудын нөлөөллийг тооцдоггүй, зөвхөн глюоны харилцан үйлчлэлийг ашиглан орны хүчийг тодорхойлно. Ингэж кваркийн нөлөөллийг тооцдоггүй зөвхөн цэвэр гэжж орны онолоор тооцоо хийхийг мэддэгсэн ойролцоонон буюу quenched approximation гэж нэрлэгддэг [1]. Энэ мэддэгсэн ойролцоонон Фейнман диаграм дахь фермионы тэгшлэл тооцдоггүй арга юм. Цэвэр гэжж онолд зөвхөн глюоны харилцан үйлчлэлийг тооцох ба энэ тохиолдолд Лагранжиан
$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a$$
 тодорхойлогдоно.

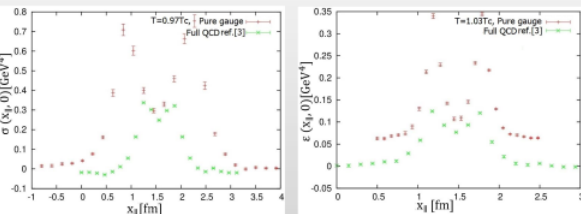
Динамик кварсат бүтэн КХД-ийн онол Харин бүтэн КХД-ийн онолд кварк антикваркийн систем дэх кварсууд болон глюоны харилцан үйлчлэлийг тооцдог. Энэ тохиолдолд системийн Лагранжиан нь
$$\mathcal{L} = \sum[(\psi^\dagger \psi) - m] \psi - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a$$
 хэлбэртэй бичигдэнэ.

ХЭМЖИЛТ, ҮР ДҮН

Бид $N_f=3$, $N_c=3$ хэмжээтэй латитис дээр цэвэр гэжж онолын тохиолдолд $T=0.97T_c$, $1.03T_c$, $1.09T_c$ температурын утгад глюоны урсгалын хоолойг хэмжээгтэй хийж, хэмжилтийн үр дүнгээ бусад судлаачдын цэвэр гэжж онолоор [2] болон динамик кваркийн нөлөөг тооцсон бүтэн КХД-ийн онолоор [3] тооцсон үр дүнгүүдтэй харьцуулав.



Зураг 1. Ийнхүү хромоцихлалсан, соронзон өрчлөлтийн үзэгдлийн нийтлэл цэвэр гэжж онолын үр дүнгүүдтэй харьцуулав. Дээд: $R=0.91$ fm, Дээд: $R=1.092$ fm.



Зураг 2. Цэвэр гэжж болон бүтэн КХД онолуудын үзэгдлийн нийтлэл ($T=0.97T_c$), энергийн нийтлэл ($T=1.03T_c$)-уудын муруй тусламь, $R=0.61$ fm.

ДҮГНЭЛТ

Бидний харьцуулалтаас цэвэр гэжж онолын зохиолд [2] ажлын үр дүнгтэй харьцуулахад бага зэргийн зөрүүтэй гарсан нь бид Грэдидент урсгалын арга ашиглан статистик шуугианыг бууруулсантай холбоотой байж болох юм.

Харин бүтэн кхд онолын үр дүнгтэй харьцуулахад цэвэр гэжж онолын хэмжилтийн утга нь их байна. Иймд динамик кваркийн нөлөөгөөс шалтгаалан физик хэмжилдүүдийн утга буурч байна гэдгийг харуулав.

Урсгалын хоолойн физик хэмжилдүүдүүдийн хөндлөн тухайн харьцуулалтаас цэвэр гэжж онолын хувьд хөндлөн зайнаас хамаарч комжигддугийн утга өгчм буурч байгаа бол бүтэн КХД-ын онолын хувьд энэ бууралтын хэмжээ бага байгаа нь харгагдаж байна.

АШИГЛАСАН НОМ

- [1] Г.Энхтуяа, Ч.Содбилэг, П.Батогоох "Кварк конфайнмент үзэгдлийн меканик динамик кваркийн үзүүлэх нөлөө" ФТХ бүтээх №66, (2019).
- [2] P.Bickak, N.Cardoso, and M.Cardoso "Pure gauge QCD Flux Tubes and their widths at Finite Temperature" arXiv:1702.03454v3 [hep-lat] 10 Oct 2017.
- [3] Sodhbilэг Ch., Enkhbayar G., Batogoboh P., Onif Kazemiriek, Hang-Tong Ding "Flux tube with dynamical fermions from high temperature SU(3) lattice gauge theory" Proceedings of science (2019).

ДҮГНЭЛТ

Бид энэжүү ажилдаа SU(3) цэвэр гейж онолоор кварк антикваркийн хоорондох глюоны урсгалын хоолой дахь хромоцихлалсан болон хромосоронзон орны байгуулагуудыг хэмжиж, хэмжилтийн үр дүнгээ бусад судлаачдын цэвэр гэжж болон динамик кваркийн нөлөөг тооцсон бүтэн КХД-ийн онолоор тооцоолсон үр дүнгүүдтэй харьцуулав.

Түгээвэр үгс: Глюоны урсгалын хоолой, латитис квантродинамик, цэвэр гэжж онол, бүтэн кхд онол, динамик кварк.

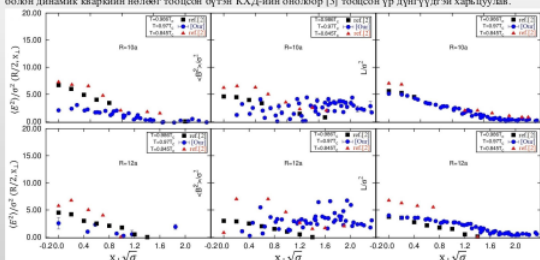
ОНОЛЫН ХЭСЭГ

Цэвэр гэжж онол Цэвэр гейж онолын хувьд кваргуудын нөлөөллийг тооцдоггүй, зөвхөн глюоны харилцан үйлчлэлийг ашиглан орны хүчийг тодорхойлно. Ингэж кваркийн нөлөөллийг тооцдоггүй зөвхөн цэвэр гэжж орны онолоор тооцоо хийхийг мэддэгсэн ойролцоонон буюу quenched approximation гэж нэрлэгддэг [1]. Энэ мэддэгсэн ойролцоонон Фейнман диаграм дахь фермионы тэгшлэл тооцдоггүй арга юм. Цэвэр гэжж онолд зөвхөн глюоны харилцан үйлчлэлийг тооцох ба энэ тохиолдолд Лагранжиан
$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a$$
 тодорхойлогдоно.

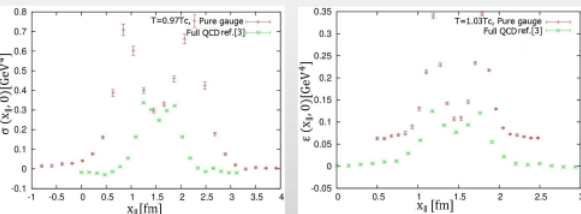
Динамик кварсат бүтэн КХД-ийн онол Харин бүтэн КХД-ийн онолд кварк антикваркийн систем дэх кварсууд болон глюоны харилцан үйлчлэлийг тооцдог. Энэ тохиолдолд системийн Лагранжиан нь
$$\mathcal{L} = \sum[(\psi^\dagger \psi) - m] \psi - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a$$
 хэлбэртэй бичигдэнэ.

ХЭМЖИЛТ, ҮР ДҮН

Бид $N_f=3$, $N_c=3$ хэмжээтэй латитис дээр цэвэр гэжж онолын тохиолдолд $T=0.97T_c$, $1.03T_c$, $1.09T_c$ температурын утгад глюоны урсгалын хоолойг хэмжээгтэй хийж, хэмжилтийн үр дүнгээ бусад судлаачдын цэвэр гэжж онолоор [2] болон динамик кваркийн нөлөөг тооцсон бүтэн КХД-ийн онолоор [3] тооцсон үр дүнгүүдтэй харьцуулав.



Зураг 1. Ийнхүү хромоцихлалсан, соронзон өрчлөлтийн үзэгдлийн нийтлэл цэвэр гэжж онолын үр дүнгүүдтэй харьцуулав. Дээд: $R=0.91$ fm, Дээд: $R=1.092$ fm.



Зураг 2. Цэвэр гэжж болон бүтэн КХД онолуудын үзэгдлийн нийтлэл ($T=0.97T_c$), энергийн нийтлэл ($T=1.03T_c$)-уудын муруй тусламь, $R=0.61$ fm.

ДҮГНЭЛТ

Бидний харьцуулалтаас цэвэр гэжж онолын зохиолд [2] ажлын үр дүнгтэй харьцуулахад бага зэргийн зөрүүтэй гарсан нь бид Грэдидент урсгалын арга ашиглан статистик шуугианыг бууруулсантай холбоотой байж болох юм.

Харин бүтэн кхд онолын үр дүнгтэй харьцуулахад цэвэр гэжж онолын хэмжилтийн утга нь их байна. Иймд динамик кваркийн нөлөөгөөс шалтгаалан физик хэмжилдүүдийн утга буурч байна гэдгийг харуулав.

Урсгалын хоолойн физик хэмжилдүүдүүдийн хөндлөн тухайн харьцуулалтаас цэвэр гэжж онолын хувьд хөндлөн зайнаас хамаарч комжигддугийн утга өгчм буурч байгаа бол бүтэн КХД-ын онолын хувьд энэ бууралтын хэмжээ бага байгаа нь харгагдаж байна.

АШИГЛАСАН НОМ

- [1] Г.Энхтуяа, Ч.Содбилэг, П.Батогоох "Кварк конфайнмент үзэгдлийн меканик динамик кваркийн үзүүлэх нөлөө" ФТХ бүтээх №66, (2019).
- [2] P.Bickak, N.Cardoso, and M.Cardoso "Pure gauge QCD Flux Tubes and their widths at Finite Temperature" arXiv:1702.03454v3 [hep-lat] 10 Oct 2017.
- [3] Sodhbilэг Ch., Enkhbayar G., Batogoboh P., Onif Kazemiriek, Hang-Tong Ding "Flux tube with dynamical fermions from high temperature SU(3) lattice gauge theory" Proceedings of science (2019).

COMPARISON OF THE RESULTS FROM THE PURE GAUGE AND FULL QCD THEORIES

Speaker Munkhzyaya B.
Supervisor Sodhbilэг Ch.



Progress of the programming
to simulate EMT in the $Q\hat{Q}$ system

Battogtokh P., Sodbileg Ch. and Enkhtuya G.

Institute of Physics and Technology, MAS

March 29, 2022

$SU(3)$ цэвэр гейж онолоор урсгалын хоолойн
өргөнийг тооцсон үр дүнгээс

Илтгэгч ФТХ, ОИЭФЛ Б. Мөнхзаяа
Удирдагч доктор Ч. Содбилэг

2022 оны 5-р сарын 25

Оршил
Онолын хэсэг
Хэмжилт, тооцоо, арга зүй
Үр дүн
Дүгнэлт
Ашигласан ном

Деконфайнмент фазад энерги-импульсын тензороос тооцоолсон энтропийн нягтын үр дүн

Б. Мөнхзаяа, доктор Ч. Содбилэг, Г. Энхтуяа,
П. Баттогтох

ШУА, Физик технологийн хүрээлэн

2022/10/21

Б. Мөнхзаяа, доктор Ч. Содбилэг, Г. Энхтуяа, П. Баттогтох 1 / 19

DISTRIBUTION OF ENERGY-MOMENTUM TENSOR AROUND STATIC QUARKS IN $SU(3)$ GAUGE THEORY AT HIGH TEMPERATURE

Enkhtuya G, Sodbileg Ch, Battogtokh P and Munkhzaya B

Laboratory of Theoretical and High Energy Physics, IPT

October 26, 2022

ENKHTUYA G

OCTOBER 26, 2022 1 / 21

МОНГОЛ УЛСЫН ШИНЖЛЭХ УХААНЫ АКАДЕМИ
ФИЗИК, ТЕХНОЛОГИЙН ХҮРЭЭЛЭН

**ГЛЮОНЫ УРСГАЛЫН ХООЛОЙГ ЭНЕРГИ
ИМПУЛЬСИЙН ТЕНЗОР АШИГЛАН
СУДАЛСАН ҮР ДҮНГЭЭС**

П. Баттогтох, Ч. Содбилэг, Г. Энхтуяа
ШУА, ФТХ, Онолын ба их энергийн физикийн лаборатори

Results of entropy density from EMT in
deconfined phase

B. Munkhzaya, Ch.Sodbileg, G. Enkhtuya, P. Battogtokh
Institute of Physics and Technology, MAS
2022/12/14

B. Munkhzaya, Ch.Sodbileg, G. Enkhtuya, P. Battogtokh 1 / 19

5.5 The 39th International Symposium on Lattice Field Theory (LATTICE-2022) олон улсын хурал

Жил бүр уламжлал болгон зохион байгуулагддаг, латтис онолоор судалгааны ажил хийдэг дэлхий дээрх бүх физикчид оролцдог хамгийн том хурал бол “The International Symposium on Lattice Field Theory” юм. Энэ жилийн хувьд 39 дэх удаагаа зохион байгуулагдаж байгаа LATTICE - 2022 конференц ХБНГУ-ын Бонн хотод 2022.08.08 - аас 2022.08.14 - ний хооронд болж өнгөрсөн. Тус хуралд нийт 400 гаруй физикчид оролцож өөрсдийн судалгааны ажлын сүүлийн үеийн үр дүнгүүдээ танилцуулсан бөгөөд 30 гаруй тойм илтгэл, 400 гаруй судалгааны илтгэл хэлэлцүүлэгдсэн.

Тус хуралд төслийн үндсэн гүйцэтгэгч, ЭШДА, докторант Г. Энхтуяа төслөөр гаргаж авсан сүүлийн үеийн үр дүнгээрээ “Distribution of energy-momentum tensor around static quarks in SU(3) gauge theory at high temperature” нэртэй илтгэл хэлэлцүүлэн, амжилттай оролцоод ирсэн билээ. Тус хуралд оролцох нь өөрсдийн шинэ үр дүнгээ бусад улсын эрдэмтдэд танилцуулах, санал солилцох мөн дэлхийн латтис физикчидийн сүүлийн үеийн үр дүнгүүдтэй танилцаж, туршлага судлах чухал ач холбогдолтой байсан юм.

Тус хуралд оролцсон илтгэлийг Зураг 38-д, хуралд оролцогчдын зураг болон бусад орны эрдэмтэдтэй хамт авахуулсан зургуудыг Зураг 39, Зураг 40-д тус тус харууллаа.



Distribution of energy-momentum tensor around static quarks in SU(3) gauge theory at high temperature

Enkhtuya Galsandorj, Sodbileg Chagdaa, Battogtokh Purev and Munkhaya Batgerel

Laboratory of Theoretical and High Energy Physics, Institute of Physics and Technology, Mongolian Academy of Sciences, Mongolia



ABSTRACT

In this study, we explore the distribution of energy-momentum tensor around the static quark and antiquark in SU(3) pure gauge theory at finite temperature. Double extrapolated transverse distributions on mid-plane of the flux tube have been presented for the first time at nonzero temperature. Also, we investigate the spatial distributions of the flux tube on the source plane obtained from the stress tensor for several $q\bar{q}$ separations and temperatures above and below the critical temperature. The resultant distributions show the detailed structure of the flux tube. Finally, we show the dependence of F_{stress} that is computed from the integral of the stress tensor on the distance between the quark and antiquark on a finer lattice.

INTRODUCTION

In QCD, the study of thermodynamic quantities, such as, energy density ϵ , pressure p , etc., at high temperature is important to

- describe quark confinement phenomenon,
- study state of quark gluon plasma,
- understand physics of particles from relativistic heavy-ion collision.

The most convenient method to study these thermodynamic quantities is to formulate the **energy-momentum tensor (EMT)**. Also, the energy-momentum tensor is suitable to investigate the local properties of the field in the gauge invariant manner. The EMT is four times four dimensional matrix and second-rank tensor quantity. Expectation values of the elements of

the matrix correspond to the physical quantities. For example, $-T_{44}(x) = \epsilon(x)$ (Energy density), $T_{\mu\nu}(x) = \sigma_{\mu\nu}(x)$, $(\mu, \nu = 1, 2, 3)$ (Stress tensor).

The EMT consists of the gauge part and the fermionic part:

$$T_{\mu\nu}(x) = T_{\mu\nu}^g(x) + T_{\mu\nu}^f(x) \quad (1)$$

$$T_{\mu\nu}^g(x) = \frac{1}{96} \left[F_{\mu\alpha}^a(x) F_{\nu\alpha}^a(x) - \frac{1}{4} \delta_{\mu\nu} F_{\rho\sigma}^a(x) F_{\rho\sigma}^a(x) \right] \quad (2)$$

The direct discretization of EMT is non-trivial on the lattice:

$$T_{\mu\nu}^{\text{lat}} = \frac{1}{96} \text{Tr} [F_{\mu\alpha}^a F_{\nu\alpha}^a] - \frac{1}{4} \delta_{\mu\nu} \text{Tr} [F_{\rho\sigma}^a F_{\rho\sigma}^a] \quad (3)$$

$$\lim_{a \rightarrow 0} T_{\mu\nu}^{\text{lat}} \neq T_{\mu\nu} - \text{UV fluctuation} \quad (4)$$

METHODS AND SIMULATION

Energy-momentum tensor on the lattice

The Gradient flow method is important tool to formulate the EMT on the lattice. The EMT is constructed from gauge invariant flowed operators using small- t expansion as follows, [1]

$$T_{\mu\nu}(t, x) = c_1(t) U_{\mu\nu}(t, x) + 4c_2(t) E(t, x), \quad (5)$$

$$U_{\mu\nu}(t, x) = G_{\mu\nu}^a(t, x) G_{\mu\nu}^a(t, x) - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a(t, x) G_{\rho\sigma}^a(t, x), \quad (6)$$

$$E(t, x) = \frac{1}{4} G_{\rho\sigma}^a(t, x) G_{\rho\sigma}^a(t, x). \quad (7)$$

Here $c_1(t)$ and $c_2(t)$ are flow-time dependent, two-loop order perturbation coefficients [2, 3]. Then, one can obtain the renormalized EMT by taking the zero-flow time limit,

$$T_{\mu\nu}^R(x) = \lim_{t \rightarrow 0} T_{\mu\nu}(t, x). \quad (8)$$

Energy-momentum tensor around the quark and antiquark

In the $q\bar{q}$ system, the distribution of EMT is computed from the correlation function of the EMT and Polyakov loops as follows [4],

$$\langle T_{\mu\nu}(t, x) \rangle_{q\bar{q}}^{\text{lat}} = \frac{\langle T_{\mu\nu}(t, x) \text{Tr} [L^{\dagger}(0) L(R)] \rangle}{\text{Tr} [L^{\dagger}(0) L(R)]} - \langle T_{\mu\nu}(t, x) \rangle. \quad (9)$$

The Polyakov loops $L(x)$ represent positions of a quark and an antiquark located at spatial coordinate x . We measured not only the EMT, but also the Polyakov loops at nonzero flow time values.

Simulation parameters

T/T_c	$N_s^3 \times N_t$	tF^2	a, fm	R, fm	N_{conf}
0.95	$32^3 \times 8$	0.003-0.007	0.086	0.5-1.2	1000
	$48^3 \times 12$	0.003-0.007	0.058	0.5-0.9	1000
	$64^3 \times 16$	0.003-0.007	0.044	0.5-0.9	500
	$96^3 \times 20$	0.003-0.007	0.035	0.5-0.8	250
1.44	$32^3 \times 8$	0.005-0.014	0.057	0.5-0.9	1000
	$48^3 \times 12$	0.005-0.014	0.038	0.5-0.8	1000
	$64^3 \times 16$	0.005-0.014	0.029	0.5-0.6	500
	$96^3 \times 20$	0.005-0.014	0.029	0.4-0.6	250

Cylindrical coordinate

In order to study transverse distribution of the EMT on the mid-plane of the flux tube, one needs to transfer into the cylindrical coordinate system:

$$T_{\gamma\gamma'} = (\epsilon_\gamma)_\mu T_{\mu\nu} (\epsilon_{\gamma'})_\nu, \quad (\gamma\gamma' = r, \theta, z) \quad (10)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \theta = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right), \quad z = z$$

$$T_{\gamma\gamma'}(r) = \text{diag}(T_{44}(r), T_{rr}(r), T_{\theta\theta}(r), T_{zz}(r)) \quad (11)$$

Double extrapolation $(a, t) \rightarrow (0, 0)$

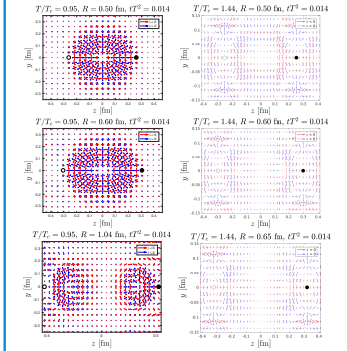
With the aim of extracting renormalized EMT, the continuum limit and the zero- t limit are taken.

1. Continuum limit $(a \rightarrow 0)$, $T = \frac{1}{a(\beta) \cdot N_t} \rightarrow 1/N_t^2 = (a(\beta) T)^2$
2. Zero flow time limit $(t \rightarrow 0)$, $tF^2 \rightarrow 0$
 - a. Temperature: $T/T_c = 0.95, T/T_c = 1.44$,
 - b. $q\bar{q}$ separation: $R = 0.5 \text{ fm}, R = 0.7 \text{ fm}$,
 - c. $tF^2 = 0.003-0.014$, $\frac{1}{N_t} \lesssim \sqrt{8t} \lesssim \frac{tF^2}{3}$

RESULTS

Stress distribution around the quark and antiquark on the source plane (z, y)

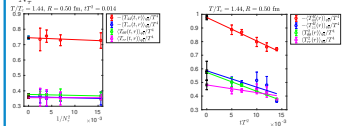
$$T_{\mu\nu} T_{\mu\nu}^{(k)} = \lambda_k T_{\mu\nu}^{(k)}, \quad (k = 1, 2, 3) [5] \quad (12)$$



- **The shorter distance:** At both temperatures, the flux tube can be observed, but field lines are different.
- **The middle distance:** At $T < T_c$, the flux tube still persists, and at $T > T_c$, the flux tube is beginning to dissociate from the middle.
- **The larger distance:** At both temperatures, the flux tube completely disappeared. But the disappearance behaviors are different.

Double extrapolation

$$\langle T_{\mu\nu}(t, x) \rangle_{\text{lat}} = \langle T_{\mu\nu}(t, x) \rangle_{\text{cont}} + \langle T_{\mu\nu}^{\text{EMT}}(t) \rangle + \langle T_{\mu\nu}^{\text{EMT}}(t) \rangle [6]$$



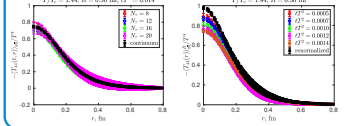
In order to parametrize the transverse profile, we have used these functions:

Gauss function:

$$F_{\text{Gauss}} = A \cdot e^{-B r^2} + C [7]$$

Bessel function:

$$F_{\text{Bessel}} = A \cdot K_0(\sqrt{B} r^2 + C) [8]$$

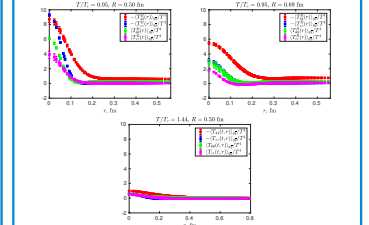


ACKNOWLEDGEMENT

This work was carried out under the project number ShuSs-2020/24 in Mongolia. The authors thank Bielefeld's colleagues for the encouragement developing of our branch program using the SIMULATeQCD program. For coarser two lattices, generation of the gauge and flowed configurations, and flux tube measurements have been performed at the Institute of Physics and Technology of Mongolian Academy of Sciences. For two finer lattices, the simulations have been performed on the Bielefeld GPU cluster.

RESULTS

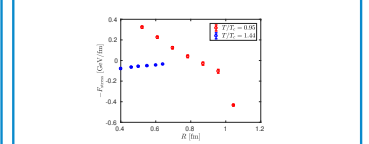
Double extrapolated EMT distribution on midplane $(z = 0, r)$



- At $T < T_c$ and for the shorter distance: The $T_{33}^R(r)$ component, along axis connecting quarks, is larger than other two space-space components and similar to the energy density.
- For the larger distance, the $T_{33}^R(r)$ is decreased and similar to the other two space-space components. When the distance is increased, the values of all components are decreased.
- When the temperature is increased, the values of all components are decreased and approach zero. Also, the difference between the energy density and the space-space component is decreased.

$q\bar{q}$ force computed from stress distribution

$$F_{\text{stress}} = - \int_S T_{\mu\nu} dS_\nu = 2\pi \int_0^R T_{zz}(r, t) r dr [5] \quad (13)$$



- For the temperature below T_c , the dependence of the $q\bar{q}$ force on temperature is similar to that of the zero temperature QCD, but the magnitude of the force is less than that of the $T = 0$.
- For the temperature above T_c , the dependence of the $q\bar{q}$ force on temperature is different from that of the zero temperature QCD, and it is approaching a zero. It may indicate the color screening phenomenon.

CONCLUSION

We have studied the distribution of the energy-momentum tensor around the quark and antiquark at high temperature in the SU(3) pure gauge theory. And we have taken the continuum limit and zero-flow time limit for the transverse profile on the mid-plane of the flux tube for the first time at nonzero temperature, successively.

- We explicitly illustrate the dissociation of the flux tube at large separation in a different way for the temperatures below and above critical temperature from stress-tensor distribution on the source plane. This may indicate that the following phenomena are occurring:
 - $T < T_c$: String breaking
 - $T > T_c$: Color screening
- As T and R are increased: the change of the $T_{33}^R(r)$ behavior and the decrease of all components and show the flux tube disappearance.
- $T < T_c$: $\langle T_{11}^R(r) \rangle + \langle T_{22}^R(r) \rangle + \langle T_{33}^R(r) \rangle < 0$: similar to the QCD vacuum and different from the classical electrodynamics.
- $T > T_c$: $\langle T_{11}^R(r) \rangle + \langle T_{22}^R(r) \rangle + \langle T_{33}^R(r) \rangle \approx 0$: different from the QCD vacuum and similar to the classical electrodynamics.



Зураг 39. LATTICE - 2022 хуралд оролцогчид.



Зураг 40. Зүүн: Португаль улсын Лисбоний техникийн их сургуулийн профессор Педро Бижудотой хамт, постер илтгэлийн үеээр. Баруун: Япон улсын РИКЕН-ий их сургуулийн судлаач оюутан Ю Жантай хамт, хурлын зааланд.

5.6 Шинжлэх ухааны сурталчилгаа

1. Б. Мөнхзаяа, *Квант механикийн урьдчилан таамаглах боломжгүй шинж чанарыг ашиглан санамсаргүй тоонуудыг үүсгэх*, танин мэдэхүйн мэдээ, ФТХ-ийн веб сайт, (2021.01.18),
<https://ipt.ac.mn/c/1001581?content=1622764>.
2. П. Баттогтох, *Астрономичдын тооцоолоос илүү их харанхуй материтай жижиг одой галактик илрүүлжээ*, танин мэдэхүйн мэдээ, ФТХ-ийн веб сайт, (2021.02.08),
<https://ipt.ac.mn/c/1001581?content=1625161>.
3. Б. Мөнхзаяа, *Судлаачид өндөр гүйцэтгэлтэй тооцооллын шинэ аналог процессор боловсруулж байна*, танин мэдэхүйн мэдээ, ФТХ-ийн веб сайт, (2021.09.22).
4. Ч. Содбилэг, *Одод*, олон нийтэд хялбаршуулсан нийтлэл, ФБ хуудас, (2022.01).
<https://www.facebook.com/sodbileg.chagdaa/posts/pfbid02gkZZm6m3AFX1B3\Kb16cNizTuofFmLkMdmDj5FTWdHRvS8y7SUEdqEh9bEPaHrSRCI>
5. Ч. Содбилэг, *Ертөнц*, олон нийтэд хялбаршуулсан нийтлэл, ФБ хуудас, (2022.02).
<https://www.facebook.com/sodbileg.chagdaa/posts/pfbid02hZXGNFJ8MtnWMf\gbixZwKPeiefz7n7aYbm6yqMEFgQUnSUL2TkBsocx2rxpMB2ezl>
6. Ч. Содбилэг, *Материйн үүслийн үе шат*, олон нийтэд хялбаршуулсан нийтлэл, ФБ хуудас, (2022.03).
<https://www.facebook.com/sodbileg.chagdaa/posts/pfbid07Cz58ZR7rF8HqRzFw\6wJsSjfoZ8DsF8H5dQYc5egDSFss9Gy5criQtoeZB5cbf6tl>
7. Ч. Содбилэг, *Сүнс хий үзэгдлийн учир*, олон нийтэд хялбаршуулсан нийтлэл, ФБ хуудас, (2022.04),

<https://www.facebook.com/sodbileg.chagdaa/posts/pfbid02XyeETS4B7uNPdeFr\XLSNWL3evcHhki1TuJMYmopBn5ttKXbsmf6gLra1cYcfhmzql>.

8. Ч. Содбилэг, *Цахилгаан соронзон*, олон нийтэд хялбаршуулсан нийтлэл,
ФБ хуудас, (2022.05),

<https://www.facebook.com/sodbileg.chagdaa/posts/pfbid02yY4UeSpxok3TgFM\AowP9rvWKPPB4ZDkcE7XHZ29VDw71sYEepC7idwdzq2MhEDe8l>.

Ном зүй

1. G. S. Bali, K. Schilling and Ch. Schlichter, *Observing Long Colour Flux Tubes in $SU(2)$ Lattice Gauge Theory*, Phys. Rev **D51**, (1995), 5165, [hep-lat/9409005].
2. P. Bicudo, N. Cardoso, and M. Cardoso, *Pure gauge QCD Flux Tubes and their widths at finite temperature*, (2017), [hep-lat/1702.03454v3].
3. Sodbileg Ch., Enkhtuya G., Battogtokh P., Olaf Kaczmarek, Heng-Tong Ding, *Flux tube with dynamical fermions from high temperature $SU(3)$ lattice gauge theory*, PoS(LATTICE2019), (2019), 170.
4. E. Follana, Q. Mason, C. Davies, K. Hornbostel, G.P. Lepage, J. Shigemitsu, H. Trotter and K. Wong, *Highly Improved Staggered Quarks on the Lattice, with Applications to Charm Physics*, Phys. Rev. **D75**, (2016), 054502.
5. Peter Weisz and Pushan Majumdar, *Lattice gauge theories*, Scholarpedia, **7(4): 8615**, (2012).
6. <https://people.nsl.msu.edu/~witek/Classes/PHY802/QCD2016b.pdf>
7. H. Ichie, V. Bornyakov, T. Streuer and G. Schierholz, *Flux Tubes of Two- and Three-Quark System in Full QCD*, Nucl. Phys. **A721**, (2003), 899.
8. https://en.wikipedia.org/wiki/Lattice_QCD.
9. M. Baker, P. Cea, V. Chelnokov, L. Cosmai, F. Cuteri, A. Papa, *Isolating the confining color field in the $SU(3)$ flux tube*, Eur. Phys. J. **C79**, (2019), 478.
10. Haymaker R W, Singh V, Peng Y and Wosiek J, *Distribution of the colour fields around static quarks: Flux tube profiles*, Phys. Rev. **D53**, (1996), 389 [arXiv:hep-lat/9406021].
11. Green A. M., Michael C. and Spencer P. S., *The Structure of Flux-tubes in $SU(2)$* , Phys. Rev. **D55**, (1997), 1216, [arXiv:hep-lat/9610011].

12. Lüscher M., Muenster G. and Weisz P., *How thick are chromo-electric flux tubes?*, Nucl. Phys. **B180**, (1981), 1.
13. Nielsen H. B. and Olesen P., *Vortex-line models for dual strings*, Nucl. Phys. **B61**, (1973), 45.
14. Caselle M., Gliozzi F., Magnea M. and Vinti S., *Width of Long Colour Flux Tubes in Lattice Gauge Systems*, Nucl. Phys. **B460**, (1996), 397, [arXiv:hep-lat/9510019].
15. Allais A. and Caselle M., *On the linear increase of the flux tube thickness near the deconfinement transition*, JHEP **01**, (2009), 073, [arXiv:0812.0284].
16. Caselle M., *Flux tube delocalization at the deconfinement point*, JHEP **08**, (2010), 063, [arXiv:1004.3875].
17. Caselle M. and Grinza P., *On the intrinsic width of the chromoelectric flux tube in finite temperature LGTs*, JHEP **11**, (2012), 174, [arXiv:1207.6523].
18. Cea P., Cosmai L., Cuteri F. and Papa A., *Flux tubes at finite temperature*, JHEP **06**, (2016), 033, [arXiv:1511.01783].
19. Schilling K., Nucl. Phys. **B83** (Proc. Suppl.), (2000), 140. and references therein.
20. Ichie H., Bornyakov V., Streuer T. and Schierholz G., Nucl. Phys. **A721**, (2002), 899, [arXiv:hep-lat/0212036].
21. Bicudo P., Cardoso N. and Cardoso M., *Pure gauge QCD flux tubes and their widths at finite temperature*, (2017), [arXiv:1702.03454].
22. Bali G. S., Neff H., Duessel T., Lippert T. and Schilling K., *Observation of String Breaking in QCD*, Phys. Rev. **D71**, (2005), 114513, [arXiv:hep-lat/0505012].

23. Bulava J. et al., *String breaking by light and strange quarks in QCD*, Phys. Lett. **B793**, (2019), 493, [arXiv:1902.04006].
24. Bazavov A., Brambilla N., Petreczky P., Vairo A. and Weber J. H., *Color screening in (2+1)-flavor QCD*, Phys. Rev. **D98**, (2018), 054511, [arXiv:1804.10600].
25. Chagdaa S., Galsandorj E., Laermann E. and Purev B., *Width and string tension of the flux tube in SU(2) lattice gauge theory at high temperature*, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **45**, (2017), 025002.
26. Lüscher M., *Properties and uses of the Wilson flow in lattice QCD*, JHEP **08**, (2010), 071, [arXiv:1006.4518].
27. Lüscher M., *Trivializing maps, the Wilson flow and the HMC algorithm*, Commun. Math. Phys. **293**, (2010), 899, [arXiv:0907.5491].
28. Mazur L., *Applications of the Gradient flow method in lattice QCD*, Master's thesis, (2017), Bielefeld University.
29. Shu H. T., Altenkort L., Kaczmarek O. and Mazur L., *Color-electric correlation functions under gradient flow*, PoS (LATTICE2019), (2019), 204.
30. Fukugita M and Niuya T, *The distribution of chromoelectric flux in SU (2) lattice gauge theory*, Phys. Lett. **B132**, (1983), 374.
31. Chagdaa S. and Laermann E., *Flux tube profiles at finite temperature*, PoS (LATTICE2007), (2007), 172.
32. Cosmai L., Cea P., Cuteri F. and Papa A., *Flux tubes in QCD with (2+1) HISQ fermions*, PoS (LATTICE2016), (2016), 344, [arXiv:1701.03371].
33. C. Bernard et al., [MILC Collaboration], *Update on the physics of light pseudoscalar mesons*, PoS (LATTICE2006), (2006), 163, [hep-lat/0609053].
34. Bazavov A et al., *The chiral and deconfinement aspects of the QCD transition*, Phys. Rev. **D85**, (2012), 054503, [arXiv:1111.1710].

35. Bazavov A et al., *Determination of the QCD coupling from the static energy and the free energy*, Phys. Rev. **D100**, (2019), 094510.
36. Feilmair W. and Markum H., *Flux tube profiles with dynamical quarks and finite temperatures*, Nucl. Phys. **B370**, (1992), 299.
37. Bicudo P., Cardoso N. and Cardoso M., *Highly excited pure gauge SU(3) flux tubes*, Nucl. Phys. **B940**, (2019), 88.

Талархал

“ШуСС-2020/24” дугаартай уг төслийг хэрэгжүүлэх боломж олгосон БШУЯ, төслийг хэрэгжүүлэх хугацаанд санхүүжүүлсэн ШУТС-нд гүн талархал илэрхийлье. Динамик фермионтой орны конфигурацаар хангасан HotQCD коллаборацийн хамт олонд, төслийг гүйцэтгэх хугацаанд хамтран ажиллаж, parallelgpcode багц програм дээр өөрсдийн програмаа хөгжүүлэх боломж олгосон ХБНГУ-ын Бийлефелдийн их сургуулийн латтис группын хамт олонд, мөн физик зөвлөгөө өгч хамтран ажилласан БНХАУ-ын ТХБИС-ийн латтис группын хамт олонд гүн талархал илэрхийлье.