

Улсын бүртгэлийн
дугаар:

Аравтын бүрэн
ангиллын код

Нууцын зэрэглэл: А

Сэдэвт ажлыг хэрэгжүүлэх
гэрээний дугаар:
ШуСс-2019/31

ШИНЖЛЭХ УХААНЫ АКАДЕМИ ФИЗИК ТЕХНОЛОГИЙН ХҮРЭЭЛЭН

"МЕЗОНЫ БҮТЭЦ, ХИГС БА КОСМОЛОГИ"

Суурь судалгааны сэдэвт ажлын тайлан
(2019-2021)

Сэдэвт ажлын удирдагч:
Санхүүжүүлэгч байгууллага:
Захиалагч байгууллага:

Ц.Энхбат (Ph.D)
Шинжлэх Ухаан Технологийн Сан
Боловсрол Шинжлэх Ухааны Яам

Тайлан өмчлөгч:

ШУА Физик Технологийн Хүрээлэн
Энхтайваны өргөн чөлөө 54b
Улаанбаатар 13330
Утас: 95508472
Э хаяг: enkhbatts@mas.ac.mn

Улаанбаатар
2021 он

Улсын бүртгэлийн
дугаар:

Аравтын бүрэн
ангиллын код

Нууцын зэрэглэл: А

Сэдэвт ажлыг хэрэгжүүлэх
гэрээний дугаар:
ШуСс-2019/31

ШИНЖЛЭХ УХААНЫ АКАДЕМИ
ФИЗИК ТЕХНОЛОГИЙН ХҮРЭЭЛЭН

**МЕЗОНЫ БҮТЭЦ, ХИГС БА
КОСМОЛОГИ**

Суурь судалгааны төслийн тайлан

2019 - 2021

Төслийн удирдагч:	Ц.ЭНХБАТ
Санхүүжүүлэгч байгууллага:	Шинжлэх Ухаан Технологийн Сан
Захиалагч байгууллага:	Боловсрол Шинжлэх Ухааны Яам
Тайлан өмчлөгч:	ШУА Физик Технологийн Хүрээлэн Энхтайваны өргөн чөлөө 54b Улаанбаатар 13330 Утас: 95508472 Э хаяг: enkhbatts@mas.ac.mn

Улаанбаатар
2021 он

ТӨСЛИЙН ГҮЙЦЭТГЭГЧИД:

1. Цэдэнбалжир ЭНХБАТ

ФТХ -ийн Онол ба Их Энергийн Физикийн Лабораторийн эрхлэгч, сэдвийн удирдагч, Доктор (Ph.D)

2. Баярсайхан БИЛГҮҮН

ФТХ -ийн Онол ба Их Энергийн Физикийн Лабораторийн эрдэм шинжилгээний дадлагжигч ажилтан, Докторант

3. Лхагвадорж ЭРДЭНЭБУЛГАН

ФТХ -ийн Онол ба Их Энергийн Физикийн Лабораторийн эрдэм шинжилгээний дадлагжигч ажилтан, Магистр

4. Зоригоо ЛХАМЖАВ

ФТХ -ийн Онол ба Их Энергийн Физикийн Лабораторийн эрдэм шинжилгээний дадлагжигч ажилтан, Магистр

5. Төмөржав ЛХАГВАЖАВ

ФТХ -ийн Онол ба Их Энергийн Физикийн Лабораторийн эрдэм шинжилгээний дадлагжигч ажилтан, Докторант

6. Ням-Осор СУВДМАА

ФТХ -ийн Онол ба Их Энергийн Физикийн Лабораторийн эрдэм шинжилгээний дадлагжигч ажилтан
Магистрант

7. Гүржав ГАНБОЛД

ОХУ-ын ЦШНИ-ийн Онолын Физикийн Лабораторын эрдэм шинжилгээний тэргүүлэх ажилтан, Доктор (Ph.D)

8. Төмөртушаа ГАНСҮХ

БНСУ-ын Жэжү Үндэсний Их Сургууль
Физикийн боловсролын тэнхим, Доктор (Ph.D)

Гарчиг

1	Скаляр орноор өргөтгөсөн Космологийн загвар: Хорндескийн онол ба Харанхуй энерги	8
1.1	Оршил	8
1.2	Хөдөлгөөний тэгшитгэл ба динамик систем	9
1.3	Дүгнэлт	12
2	Нейтрино массын загварууд	13
2.1	Стандарт онолын массгүй нейтрино	13
2.2	Дирак масс	14
2.3	Мажорана масс	15
2.4	Нейтрино масс гишүүн	17
2.5	Нейтрино массын үүслийн дүүжин механизм	19
3	Стериль нейтрино ба харанхуй матери	22
3.1	Харанхуй материйн бүрэлдэхүүн хэсэг болох стериль нейтрино	22
3.2	Стериль нейтрино харанхуй материйн задрал	23
3.2.1	Стериль нейтрино харанхуй материйн хязгаар	24
3.3	Стериль нейтрино харанхуй материйн үр дагавар	25
4	Дискрет тэгш хэм дэх нейтрино масс болон харанхуй материйн үүсэл	27
4.1	Нэгдүгээр төрлийн дүүжин механизм	27
4.2	Урвуу дүүжин механизм	28
5	Скаляр Юкава онолын ренормчлол	30
5.1	Скаляр-Юкава онолын эхний эрэмбийн ренормчлол	30
5.1.1	Скаляр болон фермион орны нэг-гогцоот засварууд	31
5.1.2	Юкава харилцан үйлчлэлийн оройн функц	33
5.2	β -функц	35
6	Мезоны бүтэц	37
A	Скаляр Юкава онолын ренормчлол	41
	Ном зүй	46

Зургийн жагсаалт

1.1	Тэгшитгэл (1.10)–(1.14)-д харгалзах фазын огторгуйг $\lambda = 1$, $\sigma = \sqrt{3}$ тохиолдолд дүрслэв. Улаан, ногоон болон улбар шар цэгүүд критик цэгийн шийдүүд ба хөх цэг нь тогтвортой шийдэд харгалзана.	10
1.2	Ω_i, ω_i (дээд), x_i (доод) улаан шилжилтийн параметрээс хэрхэн хамаарч буйг $\sigma = -40$, $\lambda = 1$ үед харуулав.	11
1.3	ω_ϕ - ийн хувьслыг $\sigma = -40$, $\lambda = 1$ (дээд) болон $\sigma = -14$, $\lambda = 0.8$ (доод) тохиолдлуудад харуулав.	11
1.4	Зураг 1.2-тэй ижил анхны нөхцөлтэй $c_T/c - 1$ -ийг үзүүлэв ($\lambda = 1$). Хэвтээ улаан шугам нь Тэгшитгэл (1.21)-д байгаа .дээд хязгаарыг харуулав. Саарал муж нь $\sigma < 0$, цэнхэр муж нь $\sigma > 0$, тасралтгүй зураас нь $\sigma = 0$ -д тус тус харгалзана.	12
2.1	Гурван төрлийн дүүжин механизмд нейтрино масс үүсгэх диаграммууд.	21
3.1	Стериль нейтриногийн масс ба стериль - идэвхтэй нейтриногийн холилтын өнцгийн хязгаар.	25
5.1	(а). Скаляр орны эхний эрэмбийн (нэг-гогцоот) засварт харгалзах диаграмм, (б). Скаляр орон дахь Фермион оронд хөндөх онолоос эхний эрэмбийн засвар, (с). Скаляр хоёр-цэгт функцэд харгалзах эсрэг гишүүний диаграмм.	31
5.2	(а). Фермион хоёр-цэгт функцийн засвар, (б). Фермион хоёр-цэгт функцэд харгалзах эсрэг гишүүний диаграмм.	33
5.3	Юкава харилцан үйлчлэлийн эхний эрэмбийн Фейнманы диаграмм.	34
5.4	(а). Хувийн харилцан үйлчлэлийн эхний эрэмбийн засварт харгалзах диаграмм, (б). Фермионы гогцооноос өгөх засварт харгалзах эхний эрэмбийн диаграмм, (с). Харгалзах эсрэг гишүүнийг илэрхийлэх диаграммууд.	34
5.5	Хөндөх онолын эхний эрэмбэд харгалзах Скаляр-Юкава онолын холбоос тогтмолуудын ренормчлолын группийн урсгал.	36
6.1	Чармониум $J/\Psi(^3S_1), \chi_{c0}(^3P_0), \chi_{c1}(^3P_1), h_c(^1P_1), \chi_{c2}(^3P_2)$ бөөмсийн давамгайлах радиаци шилжилтийн задралын өргөнүүд нь адрон доторх кваркийн тархалтыг тодорхойлох универсал ($\rho > 0$) параметраас хэрхэн хамаархыг үзүүлэв. Уг параметрын утга $\rho = 0.485$ байхад чармониум бөөмсийн фрактал задралын өргөнүүд нь LHCb туршилтын өгөгдөлтэй (Particle Data Group 2021) бүрэн тохирч байна.	39
6.2	39

- 6.3 Чармониум $J/\Psi(^3S_1)$, $\chi_{c0}(^3P_0)$, $\chi_{c1}(^3P_1)$, $h_c(^1P_1)$, $\chi_{c2}(^3P_2)$ бөөмсийн давамгайлах радиаци шилжилтийн задралын өргөнүүд нь хориг (конфайнмент) энергийн хэмжээсээс ($\lambda > 0$) хэрхэн хамаарахыг үзүүлэв. Задралын өргөнүүд нь «конфайнмент» фазаас ($\lambda > 0.33 \text{ GeV}$ буюу $1/\lambda^2 < 10\text{GeV}^2$) алгуураар, үсрэлтгүйгээр «деконфайнмент» горимд ($\lambda < 0.2 \text{ GeV}$ буюу $1/\lambda^2 > 25\text{GeV}^2$) шилжэхийг зураг дээр харуулав. 40

Төслийг дэвшүүлэх үндэслэл, зорилт, шаардлага

Энэхүү сэдэвт ажлын хүрээ нь судалгааны хоёр чиглэлийг хамрах бөгөөд үүнд: Хүнд мезонуудын бүтэц, физик шинж чанарын загварчлал, задралын сувгуудын тооцоо, улмаар Стандарт онолын өргөтгөлүүдийн нөлөөлөх боломжийг судлах Цахилгаан сул фазын хувиргалтад Хигсийн харилцан үйлчлэлийг өөрчлөлтөөс үүсэх нөлөө, гравитацын долгион зэрэг үр дагавруудыг урьдчилан таамаглах, Хигсээр явагдах инфляцын үр дүнд үүсэх гравитацын долгионы энергийн спектрийн онолын тооцоог гүйцэтгэж, үр дүнгээ хиймэл дагуулын болон газар дээр суурилсан ажиглалт болон туршилтын үр дүнтэй харьцуулан судлах ажлууд хамрав.

1) Сүүлийн жилүүдэд Belle, Babar, LHCb зэрэг хүнд адроны физик шинж чанарыг судалдаг их энергийн физикийн туршилтуудаар В-мезон, хүнд чармониум төлөвүүдийн судалгаа эрчимтэй явагдаж байгаа бөгөөд В-мезоны хэд хэдэн задралууд нь Стандарт онолын үр дүнгээс нэлээдгүй зөрж байгааг тогтоогоод байна. Үүнээс гадна, адроны бүтцийг тайлбарлах Математик томъёолол боловсроогүй байгаа билээ. Иймд хүнд мезоны бүтэц болон задралыг загварчлах, дээрх зөрөөг тайлбарлаж болохуйц Стандарт онолыг өргөтгөсөн загварууд буюу шинэ физикийн нөлөөг судлах ажлууд их энергийн физикийн тэргүүлэх судалгааны чиглэл болоод байна. ЦЕРН дахь LHC туршилтууд үргэлжлэн, цаашид өндөр гэрэлтэлттэй (luminosity) горимд ажиллах үед эдгээр үр дүнгүүдийг давтан улам нарийн хэмжилтүүд хийгдэх болно. Иймд их энергийн онолын физикчдэд хүнд кваркын, ялангуяа b -кварк бүхий В-мезонууд, Λ -барионууд, бусад экзотик төлөвүүдийг судлан харьцуулах боломж үүсэж байгаа билээ. Бид Бете-Салпитерийн тэгшитгэлд үндэслэсэн феноменологийн загварын хүрээнд В-мезоны бүтэц, задралын өргөн, болон бусад хэмжигдэхүүнүүд, кинематик түгэлтүүдийг нарийвчлан судалж хэмжилтийн үр дүнгүүдтэй харьцуулах судалгааг гүйцэтгэв. Тухайлбал:

1. LHCb, Belle, Babar туршилтуудад ажиглагдсан чармониум бүлийн өдөөгдсөн төлөвүүд радиц задралуудын аналитик томъёо, $\chi_{c0}(3415)$, $\chi_{c2} \rightarrow J/\Psi + \gamma$, χ_{c0} , χ_{c1} , χ_{c2} төлөвүүдийн задралын голлох сувгууд, радицын задралын өргөн, бусад параметруудийг тооцох
2. LHCb, Belle, GSI-FAIR туршилтуудын хэмжсэн чармониум бөөмсийн S - болон P - төлөвүүд нь цахилгаан-соронзон үйлчлэл дор радиц шилжилтээр задрах үзэгдлийг ковариант конфаинмент кварк (covariant confined quark model) загварчлалаар судлав. Үүнд, загварыг цааш боловсронгуй болгон, урьдын чөлөөт 6 параметрийн оронд адрон доторх кваркийн тархалтыг үзүүлэв.
3. Манай онолын тооцооны үр дүнг LHCb туршилтын өгөгдлүүдтэй харьцуулсны үр дүнд $h_c(1P1)$ чармониум бөөмийн задралын бүрэн өргөн нь одоогийн туршилтаар тогтоосноос ($\Gamma_{PDG}(h_c) = 0.7 \pm 0.4 \text{ MeV}$) илүү нарийн мужид ($\Gamma_{theor}(h_c) = 0.57 \pm 0.12 \text{ MeV}$) олдож болох таамаглал дэвшүүлэв.

2) Орчин үеийн сансар судлал нь өндөр хүчин чадал бүхий хиймэл дагуул (WMAP, PLANCK г.м), мөн түүнчлэн газарт суурилсан дуран авайн (LIGO, KAGRA г.м) тусламжтайгаар хөгжлийнхөө шинэ шатанд хөгжиж байна. Техник технологийн ийнхүү дэвшил нь бидэнд ертөнцийн үүсэл, хөгжил, төлөв байдлыг судлах, нарийвчлал өндөртэй хэмжилт хийх боломжийг бий болгож байна. Энэ нь зөвхөн космологийн онолоор зогсохгүй, эгэл бөөмсийн стандарт онолыг өргөтгөн, уг өргөтгөлөөс таамаглал дэвшүүлж гравитацын долгионы болон сансрын богино долгионы дэвсгэр цацаргалтын нарийн хэмжилтүүдтэй харьцуулах боломжуудыг нээж өгсөнөөр космологи болон их энергийн салбар дундын судалгаа нь сүүлийн жилүүдэд улам идэвхжиж байна. Энэ чиглэлийн хүрээнд бид:

1. Инфлатон орон нь харанхуй энергийн орны үүрэг гүйцэтгэх боломжуудыг судлав. Уг судалгааг Эйнштейний онолын физик бус чөлөөний зэргээс ангид Хорндескийн өргөтгөлийн хүрээнд авч үзэн космологийн хэмжилтүүдтэй тохирох шийдүүд оршин байгааг харуулав.
2. Энэхүү онолын хүрээнд гравитацын долгионы хурд нь Advanced LEGO/VIRGO хамтын ажиллагааны хэмжсэн хар нүхнүүдийн нэгдлээс үүссэн гравитацын долгионы хурдын хэмжийн хязгаарт оршин байгааг харуулав.
3. Стандарт моделийн хүрээнд тайлбарлагдахгүй нейтрино бөөмсийн масс, тэдгээрийн хоорондын хольцийг тайлбарлах хэд хэдэн дүүжин (Seesaw models) загваруудыг дэвшүүлж, уг загваруудад дискрет тэгш хэмүүдийг хэргэлэн харанхуй материйг стерил нейтрино төлвөөр тайлбарлах боломжтойг харуулав.
4. Стандарт моделийн үндсэн хэсэг болох Хигс орны харилцан үйлчлэлийг квант орны онолын ренормчлолын хүрээнд судлах, уг онолын асимптотик зүй тогтлыг тогтоох судалгаа арга зүйг багийн залуу судлаач докторант Т.Лхагважавд эзэмшүүлэх зорилгоор Хигс-Юкава загварын ренормчлолын урсгалыг байгуулж энгийн бус бэхлэгдсэн цэгийн тооцоог 1-гогцоот дөхөлтийн түвшинд гүйцэтгэв.

Судлагдсан байдал

Энэхүү төслийн хүрээнд хийгдсэн судалгаанууд нь ЦЕРН-ийн LHC болон бусад их энергийн физикийн туршилтуудын, сансрын телескопуудын шинэ үр дүнгүүдэд харгалзах эрчимтэй судлагдаж байгаа онолын чиглэлүүд юм. Дээрх туршилтуудын хамгийн сүүлийн үеийн хэмжилтийн нарийвчлал, статистик өндөртэй үр дүнгүүдтэй онолын тооцоог харьцуулсан тул судалгааны чиглэл ба үр дүн нь нэлээд шинэлэг, цаашид ч эрчимтэй судалгаа үргэлжлэх салбар юм.

Бүтээлийн жагсаалт:

1. Bilguun B., Koh S., Enkhbat Ts., Gansukh T., "*Constraints on the Dark energy models from the Horndeski theory*", [Journal of Cosmology and Astroparticle Physics 11 (2020) 057]
2. Ganbold G., "*Mesons and glueballs, strong effective coupling within analytic confinement*", [Physics of Particles and Nuclei, Vol. 51, No. 4, 2020, ISSN:1063-7796]
3. Б.Билгүүн, С.Ко, Ц.Энхбат, Т.Гансүх, "*Хорндескийн онол дахь Харанхуй энерги*", [МФН-ийн Үндэсний эрдэм шинжилгээний хурлын эмхтгэл, МУИС-ийн эрдэм шинжилгээний бичиг: ФИЗИК сэтгүүл 31 (536) 2020, ISSN2311-1097]
4. G. Ganbold, "*Strong effective coupling, meson ground states and glueball within analytic confinement*", [Particles, 2 (2019) 00013]
5. G. Ganbold, "*Charmonium radiative transitions, mesons and glueballs with the effective strong coupling*", [Particles, 2 (2019) 00013]
6. L.Erdenebulgan, B.Bilguun, Ts.Enkhbat, "*Radiative neutrino mass generation and Leptoquarks*", [Хүрэлтогоот-2019 эрдэм шинжилгээний хурлын эмхтгэл, 2019]
7. Т.Лхагважав, Ц.Энхбат, "*Скаляр Юкава онолын ренормчлол*", [Физик, Технологийн хүрээлэнгийн бүтээл 48, 2021]
8. Gurjav Ganbold, Thomas Gutsche, Mikhail A. Ivanov, Valery E. Lyubovitskij, "*Radiative transitions of charmonium states in the covariant confined quark model*", [Physical Rev.D 104, 094048 (2021)]
9. Erdenebulgan Lkhagvadorj, "*Sterile neutrino, dark matter and neutrino mass generation*", [Физик, Технологийн хүрээлэнгийн бүтээл 48, 2021]

Бүлэг 1

Скаляр орноор өргөтгөсөн Космологийн загвар: Хорндескийн онол ба Харанхуй энерги

Ертөнцийн үүсэл хөгжилийн тухайд физикийн тэргүүлэх онол бол Космологийн Инфляцын (Их тэлэлт) онол юм. Энэхүү судалгаанд Хорндескийн онолоос үүдэн гарах харанхуй энергийн загварыг скаляр орон өөртэйгөө экспоненциал болон гравитацийн оронтой уламжал хэлбэрээр харилцан үйлчилдэг тохиолдолыг авч үзэв. Экспоненциалийн зэрэг эерэг үед өөрийн уламжлал бүхий харилцан үйлчлэл нь хожуу эриний ертөнцөд хүчтэй нөлөөтэй болохыг харуулдаг. Нөгөө талаас, ертөнцийн хувьслын шийд нь зөв байхын тулд гравитацийн оронгийн харилцан үйлчлэл нь цацаргалтын эринд давамгайлах ёстой ба харин одоогийн эринд хэмжээ нь эрс суларч ирнэ. Бидний загвар нь харанхуй энергийн төлөвийн тэгшитгэлтийн хязгаарлалтыг бүрэн хангах бөгөөд хос нейтрон оддын нэгдлээс үүссэн гравитацийн долгион GW170817, цахилгаан соронзон дохио GRB170817A хэмжилтүүдээс гарган авсан гравитацийн долгионы хурдны хурдын хязгаартай зөрчилдөхгүй байгаа нь ийм төрлийн онолуудад тавигддаг хүчтэй хоригийг хангах боломжтойг харуулж байна.

1.1 Оршил

Хожуу үеийн ертөнцийн хурдасч буй тэлэлт [1, 2], Сансрын богино долгионы дэвсгэр цацаргалтын анизотроп [3, 4, 5, 6, 7] болон Барионы акустик осцилляц (BAO) [8] бүгд ертөнцөд харанхуй энерги оршин буйн баримт болдог. Үүний хамгийн түгээмэл тайлбар нь Космологийн тогтмол боловч хэт өндөр нарийвчлалтай анхны нөхцлийг шаарддаг. Өөр нэг санаа бол инфляцыг удирддаг удаан өнхрөх буюу бараг хавтгай потенциалтай, мөн нэмээд харанхуй энергийн шийд болох скаляр орон юм. Сүүлийн арваад жилд дотоод зөрчилгүй, сөрөг нормтой чөлөөний зэрэг (англи хэлнээ "ghost" буюу "сүнс" гэж нэрлэдэг) агуулаагүй Хорндескийн гравитацийн онолыг [9] харанхуй энергийн скаляр орны шийд болгон эрчимтэй судалж байна. Хорндескийн онолыг хоёрдугаар эрэмбийн хөдөлгөөний тэгшитгэлтэй гравитацийн хамгийн ерөнхий скаляр-тензор онол гэж үздэг тул ийм төрлийн онолыг космологийн загварчлалд хэрэглэж болохыг харуулсанд энэ судалгааны ач холбогдол оршино.

Хос нейтрон оддын нэгдлээс үүссэн гравитацийн долгион GW170817 [10], харгалзах цахилгаан соронзон дохио GRB170817A [11]-г бүртгэн авсан нь Олон мессенжер бүхий астрономийн эхийг тавьсанаар Космологийн салбарт шинэ эринг авчираад байна. Эйнштейний онолыг өргөтгөсөн Хорндескийн төрлийн онолуудад уг хэмжилт урьд хожид байгаагүй шинэ хязгаарлалт тавих болов [12]. Үүнд гравитацийн болон гэрлийн долгионы

тархах хурдын харьцаа

$$-3 \times 10^{-15} \leq \frac{c_T}{c} - 1 \leq 7 \times 10^{-16}, \quad (1.1)$$

мужид байх ёстой болж байна.

Энэхүү судалгаанд бид экспонениал потенциалтай, гравитацийн оронтой уламжлалаар дамжин харилцан үйлчлэлцдэг скаляр оронг агуулсан Хорндесийн онолын хүрээнд хийсэн судалгаа, тухайлбал, уг онолын шийдийн динамик анализ, харгалзах ертөнцийн хувьслын шийд нь хэмжилтүүдтэй таарч буй зэрэг үр дүнг [13] багтаах болно.

1.2 Хөдөлгөөний тэгшитгэл ба динамик систем

Бидний авч үзсэн ϕ скаляр орноор өргөтгөсөн онолын үйлчлэл нь:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{M_{pl}^2}{2} R - \frac{1}{2} \left(g^{\mu\nu} \frac{\alpha}{M^3} \xi(\phi) g^{\mu\nu} \partial_\rho \partial^\rho \phi + \frac{\beta}{M^2} G^{\mu\nu} \right) \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) \right] + S_{m,r} \quad (1.2)$$

Энд $S_{m,r}$ матер ба цацаргалтын стандарт үйлчлэл. $\xi(\phi)$ ба $\beta (\neq 0)$ гишүүдийг авч үзсэнээрээ Брахма [14] нарын судалгаанаас ялгаатай, илүү ерөнхий тохиолдол юм. Томъёо болон тооцоог илүү дэлгэрэнгүйгээр [13]-с харна уу. Скаляр оронд харгалзах нягт ба даралт нь

$$\rho_\phi = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) + \frac{3\alpha}{M^3} H \xi \dot{\phi}^3 \left(1 - \frac{\dot{\xi}}{6H\xi} \right) - \frac{9\beta}{2M^2} \dot{\phi}^2 H^2, \quad (1.3)$$

$$p_\phi = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V - \frac{\alpha}{M^3} \xi \dot{\phi}^3 \left(\frac{\ddot{\phi}}{\dot{\phi}} + \frac{\dot{\xi}}{2\xi} \right) + \frac{\beta \dot{\phi}^2}{2M^2} \left(2\dot{H} + 3H^2 + 4H \frac{\ddot{\phi}}{\dot{\phi}} \right). \quad (1.4)$$

Харгалзах оронгийн тэгшитгэл нь:

$$\dot{\rho}_\phi + 3H(1 + \omega_\phi) \rho_\phi = 0, \quad (1.5)$$

ба төлөвийн тэгшитгэлийн параметр $\omega_\phi \equiv p_\phi / \rho_\phi$, системийн эффе́ктив төлөвийн параметрийг

$$\omega_{eff} \equiv -1 - \frac{2\dot{H}}{3H^2} \quad (1.6)$$

гэж тодорхойлно. Системийн динамикт анализ хийхийн тулд дараах хэмжээсгүй параметрүүдийг тодорхойлж:

$$x_1 = \frac{\dot{\phi}}{\sqrt{6}M_{pl}H}, \quad x_2 = \frac{\sqrt{V}}{\sqrt{3}M_{pl}H}, \quad (1.7)$$

$$x_3 = -\frac{6\alpha}{M^3} \xi(\phi) \dot{\phi} H, \quad x_4 = \frac{9\beta}{M^2} H^2, \quad (1.8)$$

$$\lambda = -M_{pl} \frac{V_{,\phi}}{V}, \quad \sigma = -\frac{M_{pl}}{\sqrt{6}} \frac{\xi_{,\phi}}{\xi}. \quad (1.9)$$

БҮЛЭГ 1. СКАЛЯР ОРНООР ӨРГӨТГӨСӨН КОСМОЛОГИЙН ЗАГВАР:
ХОРНДЕСКИЙН ОНОЛ БА ХАРАНХУЙ ЭНЕРГИ

динамик тэгшитгэлийг бичвэл:

$$\frac{d \ln x_1}{dN} = \frac{\ddot{\phi}}{H\dot{\phi}} - \frac{\dot{H}}{H^2}, \quad (1.10)$$

$$\frac{d \ln x_2}{dN} = - \left(\sqrt{\frac{3}{2}} x_1 \lambda + \frac{\dot{H}}{H^2} \right), \quad (1.11)$$

$$\frac{d \ln x_3}{dN} = \frac{\dot{\xi}}{H\xi} + \frac{\ddot{\phi}}{H\dot{\phi}} + \frac{\dot{H}}{H^2}, \quad (1.12)$$

$$\frac{d \ln x_4}{dN} = 2 \frac{\dot{H}}{H^2}, \quad (1.13)$$

$$\frac{d \ln \Omega_r}{dN} = - \left(4 + 2 \frac{\dot{H}}{H^2} \right), \quad (1.14)$$

$$\frac{d\lambda}{dN} = \sqrt{6} x_1 \lambda^2 (1 - \Gamma), \quad (1.15)$$

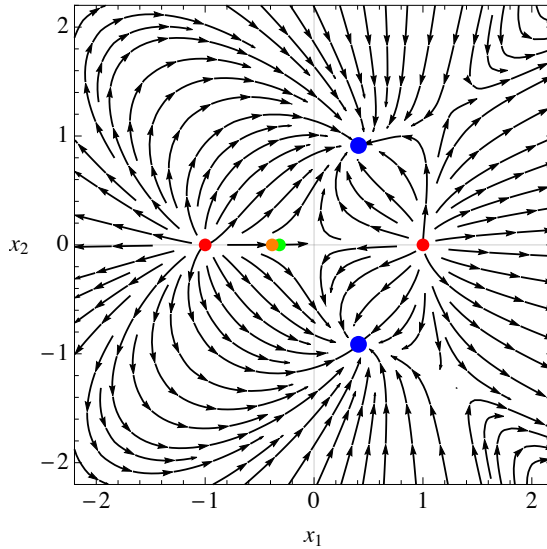
$$\frac{d\sigma}{dN} = 6 x_1 \sigma^2 (1 - \Delta), \quad (1.16)$$

байна. Энд $N = \ln a$, $\Gamma \equiv V_{,\phi\phi} V / V_{,\phi}^2$, $\Delta \equiv \xi_{,\phi\phi} \xi / \xi_{,\phi}^2$. N_i, D_i, K_i функцуудын тодорхойлолтыг [13]-с харна уу.

Тооцоо хийхдээ бид

$$V(\phi) = V_0 e^{-\lambda\phi/M_{pl}}, \quad \xi(\phi) = \xi_0 e^{-\sqrt{6}\sigma\phi/M_{pl}} \quad (1.17)$$

хэлбэртэй потенциалыг авч үзсэн. Энд λ, σ тогтмол параметрууд. Тэгшитгэл (1.2)-д Эйнштейний онолтой харьцуулхад λ, σ нэмэлт параметрууд авч үзсэн тул критик цэгийн тоо 11 болж ихсэнэ. Эдгээр цэгүүдийг Зураг 1.1-д динамик системийн фазын огторгуйд дүрсэлсэн байна. Тогтвортой шийд нь $-\sqrt{3} < \lambda < 0$ нс $-\lambda/\sqrt{6}$ эсвэл $0 < \lambda < \sqrt{3}\sigma < -\lambda/\sqrt{6}$ мужид $x_1 = \lambda/\sqrt{6}$, $x_2 = \pm\sqrt{1 - \lambda^2/6}$, $x_3 = x_4 = 0$ хөх цэгт харгалзаж байна.

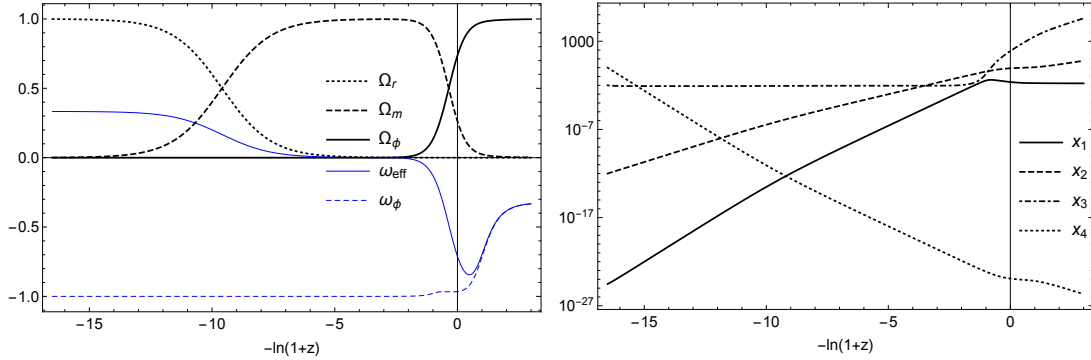


Зураг 1.1: Тэгшитгэл (1.10)–(1.14)-д харгалзах фазын огторгуйг $\lambda = 1, \sigma = \sqrt{3}$ тохиолдолд дүрслэв. Улаан, ногоон болон улбар шар цэгүүд критик цэгийн шийдүүд ба хөх цэг нь тогтвортой шийдэд харгалзана.

Зураг 1.2-д $\Omega_i(z)$ ($i = r, m, \phi$), $x_i(z)$ ($i = 1, 2, 3, 4$), $\omega_{eff}(z)$ болон $\omega_\phi(z)$ -н хугацаанаас хэрхэн хамаарч буйг харуулав. Энэ жишээнд $1 + z = 1.46 \times 10^7$ үед анхны нөхцөлийг

БҮЛЭГ 1. СКАЛЯР ОРНООР ӨРГӨТГӨСӨН КОСМОЛОГИЙН ЗАГВАР:
ХОРНДЕСКИЙН ОНОЛ БА ХАРАНХУЙ ЭНЕРГИ

$x_1 = 3 \times 10^{-25}$, $x_2 = 10^{-12}$, $x_3 = 10^{-2}$, $x_4 = 1$, $\Omega_r = 0.999$, чөлөөт тогтмол параметруудийг $\sigma = -40$, $\lambda = 1$ гэж сонгож авсан. Төлөвийн параметруудийн хувьслагас бид ертөнцийн хувьсал нь зөв дараалалтай буюу цацаргалт ($\omega_{eff} \simeq 1/3$), матер ($\omega_{eff} \simeq 0$) тэгээд харанхуй энерги ($\omega_{eff} \simeq -1$) давамгайлсан үеүүдийг дамжиж байгааг харж байна. Шинээр нэмсэн

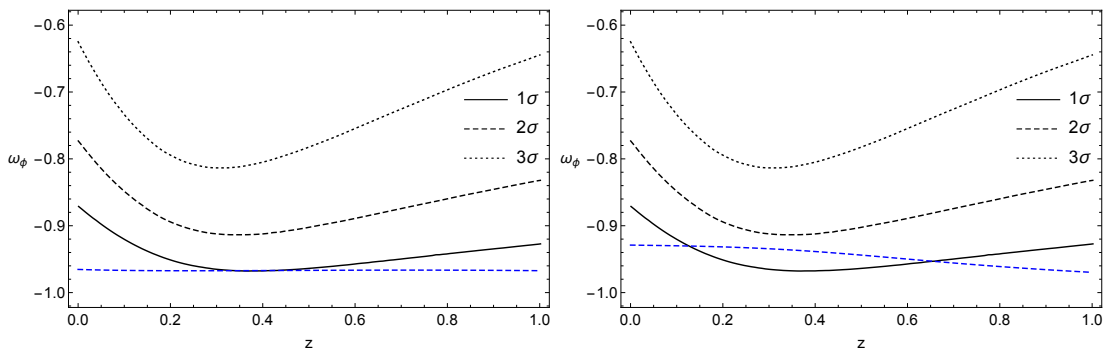


Зураг 1.2: Ω_i , ω_i (дээд), x_i (доод) улаан шилжилтийн параметрээс хэрхэн хамаарч буйг $\sigma = -40$, $\lambda = 1$ үед харуулав.

скаляр орон ϕ -ийн төлөвийн параметрд CMB, BAO, SNIa болон H_0 хэмжилтүүдээс [15] ирэх хязгаарлалтыг Зураг 1.3-д үзүүлэв. Тасралтгүй, тасархай, цэгэн муруйнууд эдгээр хэмжилтүүдийн 1, 2 ба 3σ хязгаарт харгалзана. Бидний онолын тооцоог цэнхэр шугамаар зурсан ба үүнд харанхуй энергийн төлөвд Шивалье-Поларски-Линде (CPL) [16, 17] параметрчлэлийг ашиглав:

$$\omega(z) = \omega_0 + \frac{z}{1+z} \omega_a. \quad (1.18)$$

Эдгээр жишээ нь бидний авч үзсэн Хорндескийн онолд скаляр-тензор харилцан үйлчлэлтэй скаляр орон нь харанхуй энергийг тайлбарлах боломжтойг харуулж байна. $\sigma = -40$, $\lambda = 1$ (дээд) болон $\sigma = -14$, $\lambda = 0.8$ үед скаляр орны төлөвийн параметр нь космологийн хэмжилтүүдтэй харгалзан $1, 2\sigma$ -с хэтрэхгүй түвшинд таарч байна.



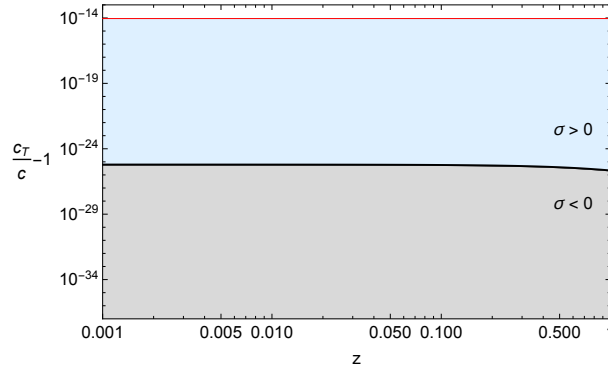
Зураг 1.3: ω_ϕ - ийн хувьслыг $\sigma = -40$, $\lambda = 1$ (дээд) болон $\sigma = -14$, $\lambda = 0.8$ (доод) тохиолдлуудад харуулав.

Скаляр-тензор харилцан үйлчлэл нь гравитацийн долгионы тархах хурдад нөлөөлөх ба бид энэ загварт

$$c_T^2 = \frac{1 - \Sigma}{1 + \Sigma} \quad (1.19)$$

$$\Sigma \equiv \beta \dot{\phi}^2 / (2M^2 M_{pl}^2) = x_1^2 x_4 / 3 \quad (1.20)$$

БҮЛЭГ 1. СКАЛЯР ОРНООР ӨРГӨТГӨСӨН КОСМОЛОГИЙН ЗАГВАР:
ХОРНДЕСКИЙН ОНОЛ БА ХАРАНХУЙ ЭНЕРГИ



Зураг 1.4: Зураг 1.2-тэй ижил анхны нөхцөлтэй $c_T/c - 1$ -ийг үзүүлэв ($\lambda = 1$). Хэвтээ улаан шугам нь Тэгшитгэл (1.21)-д байгаа дээд хязгаарыг харуулав. Саарал муж нь $\sigma < 0$, цэнхэр муж нь $\sigma > 0$, тасралтгүй зураас нь $\sigma = 0$ -д тус тус харгалзана.

хязгаарлалтыг хангаж байгаа эсхийг шалгах хэрэгтэй. Үүнийг GW170817 [10] гравитацийн долгион, харгалзах цахилгаан соронзон дохио GRB170817A [11] хэмжилтүүдээс гарган авсан Тэгшитгэл (1.1) хязгаартай тулгавал:

$$\begin{aligned} -7 \times 10^{-16} &\lesssim \Sigma \lesssim 3 \times 10^{-15} \quad \text{буюу} \\ -2.1 \times 10^{-15} &\lesssim x_1^2 x_4 \lesssim 0.9 \times 10^{-14}, \end{aligned} \quad (1.21)$$

байх ёстой. Манай загвар энэхүү хэмжилттэй таарч байгааг Зураг 1.4-с харж болно.

1.3 Дүгнэлт

Энэхүү тайланд Хорндескийн онолд харанхуй энергийг тайлбарлах шийдийг тооцоолсон судалгааны үр дүнгээ танилцуулсан ба бидний олсон шийд нь тогтвортой, ертөнцийн хувьслыг зөв дүрсэлж байгааг харуулав. Мөн скаляр-тензор харилцан үйлчлэлээс үүдэлтэй гравитацийн долгионы хурдад нөлөөлөх хэмжээ GW170817 [10] гравитацийн долгион, харгалзах цахилгаан соронзон дохио GRB170817A [11] хэмжилтийн хязгаараас хэтрэхгүй байгааг харуулав.

Бүлэг 2

Нейтрино массын загварууд

Кваркууд Стандарт онолын 3 төрлийн харилцан үйлчлэлд ордог бол цэнэгт лептонууд хүчтэй харилцан үйлчлэлд ордоггүй. Харин нейтрино зөвхөн сул харилцан үйлчлэлд ордог. $SU(2)_L \times U(1)_Y$ тэгш хэмийг $U(1)_Q$ болгон эвддэг Хигс бозон бусад бөөмстэй харилцан үйлчлэн тэдгээрийг масс олж авахад нөлөөлдөг боловч нейтриногийн массыг лептоны квант тоо зөрчихгүйгээр Стандарт онолд багтаах боломжгүй. Нейтрино масстай гэж баталсан нейтрино осцилляцийн нээлт Стандарт онолыг бүрэн гүйцэд онол биш гэсэн таамаглал дэвшүүлдэг.

2.1 Стандарт онолын массгүй нейтрино

Стандарт онолд нейтрино хэрхэн массгүй болж байгааг тайлбарлахын тулд Стандарт онолын Лагранжианд массын нэмэлт гишүүн олгодог, $SU(2)_L \times U(1)_Y$ тэгш хэмийг эвддэг Хигс механизмыг авч үзэх хэрэгтэй. Хигс орны хувьд Лагранжиан дараах хэлбэртэй бичигдэнэ

$$\mathcal{L}_H = (D_\mu H)^\dagger (D^\mu H) - \mu^2 H^\dagger H - \lambda (H^\dagger H)^2. \quad (2.1)$$

Бидний авч үзэх гол хэсэг бол потенциал гишүүн юм

$$V(H) = \mu^2 H^\dagger H + \lambda (H^\dagger H)^2. \quad (2.2)$$

Хигс орны өөртэйгээ харилцан үйлчлэх үйлчлэлийн λ коэффициент эерэг ($\lambda > 0$) байх ёстой бөгөөд массын коэффициент μ^2 эерэг болон сөрөг байж болно. Хэрвээ μ^2 сөрөг байвал $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_Q$ болж тэгш хэм аяндаа эвдэрнэ ($U(1)_Q$ -цахилгаан соронзон харилцан үйлчлэлийн гэж тэгш хэмийн групп).

Хигсийн потенциалыг дахин бичвэл:

$$V(H) = \lambda \left(H^\dagger H - \frac{v^2}{2} \right)^2, \quad (2.3)$$

энд $v \equiv \sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}}$. Иймээс потенциалын минимум утга

$$H^\dagger H = \frac{v^2}{2} \quad (2.4)$$

болно. Вакуумын цахилгаан цэнэг нь саармаг учраас бид Хигсийн вакуумын дундаж утгыг дараах илэрхийллээр тодорхойлно

$$\langle H \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}. \quad (2.5)$$

Эндээс $I_3\langle H \rangle \neq 0$, $Y\langle H \rangle \neq 0$, $Q\langle H \rangle = (I_3 + \frac{Y}{2})\langle H \rangle \neq 0$ болох нь илэрхий харагдаж байна. Тэгшитгэл (2.5) ёсоор Хигсийн вакуумын дундаж утга хамгийн бага утгадаа харгалзаж байвал $SU(2)_L \times U(1)_Y$ тэгш хэм $U(1)_Q$ болон эвдэрдэг. Хамгийн бага утгын мужид Скаляр Хигсийн хоёр хэмжээст өдөөгдсөн төлөв

$$H(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v+h(x) \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

Стандарт онолын орны массыг v төлөөлж байгаа бөгөөд лептоны массад харгалзах Лагранжианыг бичвэл

$$\mathcal{L}_{h,l} = - \left(\frac{v+h}{\sqrt{2}} \right) \bar{L}_L Y^l L_R + h.c., \quad (2.7)$$

энд $L_L = U_L^\dagger L'_L \equiv (e_L, \mu_L, \tau_L)$, $L_R = U_R^\dagger L'_R \equiv (e_R, \mu_R, \tau_R)$ бөгөөд U_L , U_R диагональ матрицууд болон Юкава матриц Y^l -уудын хамаарал: $U_L^\dagger Y^l U_R = Y^l = y_\alpha^l \delta_{\alpha\beta}$ ($\alpha, \beta = e, \mu, \tau$). Тэгшитгэл (2.7)-ийн Лагранжианыг дахин бичвэл

$$\mathcal{L}_{h,l} = - \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \frac{y_\alpha^l v}{\sqrt{2}} \bar{L}_\alpha L_\alpha - \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \frac{y_\alpha^l}{\sqrt{2}} \bar{L}_\alpha L_\alpha h, \quad (2.8)$$

энд $L_\alpha \equiv L_{\alpha L} + L_{\alpha R}$ ($\alpha, \beta = e, \mu, \tau$) тодорхой масстай цэнэгт лептонуудын орон. Бид тэгшитгэл (2.7)-ийн хувьд зөвхөн цэнэгт лептонуудын массыг гишүүнийг олж чадсан тул Стандарт онолд нейтрино массгүй юм. Өөрөөр хэлбэл, цэнэгт лептонуудын масс $m_\alpha = \frac{y_\alpha v}{\sqrt{2}}$ тэнцүү.

2.2 Дирак масс

Дирак нейтрино масс Стандарт онолын кварк болон цэнэгт лептонуудад масс олгодог Хигс механизмтай ижилхэн замаар бий болдог. Стандарт онолыг хамгийн энгийнээр нейтрино орны баруун-гарын байгуулагч $\nu_{\alpha R}$ ($\alpha = e, \mu, \tau$)-аар өргөтгөх боломжтой. Харин баруун-гарын нейтрино орон оршин байхгүй тул лептон болон кваркуудын хоорондох Стандарт онолын тэгш бус хэм зөрчигддөг.

Баруун-гарын нейтрино $SU(3)_C \times SU(2)_L$ тэгш хэмд нэг хэмжээст бөгөөд гипер цэнэггүй ($Y = 0$). Зүүн-гарын нейтрино сул харилцан үйлчлэлд ордог бол баруун-гарын нейтрино Стандарт онолын гэйж харилцан үйлчлэлд ордоггүй. Баруун-гарын нейтрино-гоор өргөтгөсөн Стандарт онолд харилцан үйлчлэлийн Лагранжиан дараах хэлбэртэй бичигдэнэ:

$$\mathcal{L}_{H,L} = - \sum_{\alpha,\beta=e,\mu,\tau} Y'_{\alpha\beta} \bar{L}_{\alpha L} \Phi l'_{\beta R} - \sum_{\alpha,\beta=e,\mu,\tau} Y'_{\alpha\beta} \bar{L}_{\alpha L} \tilde{\Phi} \nu'_{\beta R} + h.c., \quad (2.9)$$

энд Y'^{ν} - Юкава харилцан үйлчлэлийн тогтмолын шинэ матриц. Унитар гэйж тэгш хэмд харилцан үйлчлэлийн Лагранжиан дараах матриц хэлбэрээр тодорхойлогддог:

$$\mathcal{L}_{H,L} = - \left(\frac{v+H}{\sqrt{2}} \right) [\bar{l}'_L Y'^l l'_R + \bar{\nu}'_L Y'^{\nu} \nu'_R] + h.c., \quad (2.10)$$

энд цэнэгт лептон, баруун-гарын нейтрино болон зүүн-гарын нейтриногийн матриц:

$$l'_L \equiv \begin{pmatrix} e'_L \\ \mu'_L \\ \tau'_L \end{pmatrix}, \quad l'_R \equiv \begin{pmatrix} e'_R \\ \mu'_R \\ \tau'_R \end{pmatrix}, \quad \nu'_L \equiv \begin{pmatrix} \nu'_{eL} \\ \nu'_{\mu L} \\ \nu'_{\tau L} \end{pmatrix}, \quad \nu'_R \equiv \begin{pmatrix} \nu'_{eR} \\ \nu'_{\mu R} \\ \nu'_{\tau R} \end{pmatrix}. \quad (2.11)$$

Масстай нейтриногийн матрицийг туйлшралаас нь хамааруулан тодорхойлбол:

$$n_L = U_L^{\nu\dagger} \nu'_L \equiv \begin{pmatrix} \nu'_{1L} \\ \nu'_{2L} \\ \nu'_{3L} \end{pmatrix}, \quad n_R = U_R^{\nu\dagger} \nu'_R \equiv \begin{pmatrix} \nu'_{1R} \\ \nu'_{2R} \\ \nu'_{3R} \end{pmatrix}, \quad (2.12)$$

энд U_L^ν, U_R^ν матрицууд нь 3×3 унитар матриц. Иймд диагональчлагдсан харилцан үйлчлэлийн Лагранжиан дараах хэлбэртэй болно:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{H,L} &= - \left(\frac{v+H}{\sqrt{2}} \right) [\bar{l}_L Y^l l_R + \bar{n}_L Y^\nu n_R] + h.c. \\ &= - \left(\frac{v+H}{\sqrt{2}} \right) \left[\sum_{\alpha=e,\mu,\tau} y_\alpha^l \bar{l}_{\alpha L} l_{\alpha R} + \sum_{k=1}^3 y_k^\nu \bar{\nu}_{kL} \nu_{kR} \right] + h.c. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Дирак нейтриногийн оронг $\nu_k = \nu_{kL} + \nu_{kR}$ ($k = 1, 2, 3$) гэж тэмдэглээд, Лагранжианыг эцсийн байдлаар бичвэл:

$$\mathcal{L}_{H,L} = - \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \frac{y_\alpha^l v}{\sqrt{2}} \bar{l}_\alpha l_\alpha - \sum_{k=1}^3 \frac{y_k^\nu v}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_k \nu_k - \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \frac{y_\alpha^l}{\sqrt{2}} \bar{l}_\alpha l_\alpha H - \sum_{k=1}^3 \frac{y_k^\nu}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_k \nu_k H. \quad (2.14)$$

Тэгшитгэл (2.14)-аас харахад Дирак нейтрино Хигсийн орны нөлөөгөөр масстай болно.

$$m_k = \frac{y_k^\nu v}{\sqrt{2}} \quad (k = 1, 2, 3), \quad (2.15)$$

Иймээс нейтрино масс нь цэнэгт лептонУуд болон кваркуудын масстай ижилхнээр Хигсийн вакуумын утга v -тай пропорционал байна. Нейтриногийн масс нь цэнэгт лептонууд болон кваркуудын масстай харьцуулахад маш бага.

2.3 Мажорана масс

Мажорана нейтриногийн онолыг ойлгохын тулд эхлээд дан ганц нейтрино төрөл ν -ийг авч үзье. Байгаль дээр зөвхөн зүүн-гарын нейтрино байдаг учраас бид зүүн-гарын туйлшралын орон ν_L -г ашиглая.

ν_L туйлшралын оронг цэнэгийн хосмогийн оронгоор илэрхийлбэл:

$$\nu_L^C = C \bar{\nu}_L^T. \quad (2.16)$$

ν_L^C баруун-гарын туйлшралтай болсон учраас бид зөвхөн зүүн-гарын нейтриногийн орноос хамаарсан массын гишүүнийг бичих боломжтой. Энэхүү тохиолдолд массын ерөнхий гишүүн дараах хэлбэртэй илэрхийлэгдэнэ:

$$\mathcal{L}_{mass}^M = -\frac{1}{2} \bar{\nu}_L Y^M \nu_L^C + h.c. \quad (2.17)$$

энд Y^M нь 3×3 матриц бөгөөд тэгш хэмт матриц.

$$\bar{\nu}_L Y^M \nu_L^C = \bar{\nu}_L Y^M C \bar{\nu}_L^T = -\bar{\nu}_L (Y^M)^T C^T \bar{\nu}_L^T = \bar{\nu}_L (Y^M)^T \nu_L^C. \quad (2.18)$$

Тэгшитгэл (2.17)-аас диагональчлагдсан масс гишүүнийг тодорхойлъё. Иймд тэгш хэмт матриц Y^M нь:

$$Y^M = U m U^T, \quad (2.19)$$

гэж тодорхойлогдох бөгөөд U нь унитар матриц юм. Тэгшитгэл (2.18), (2.19)-ийг ашиглан Лагранжианыг дахин бичвэл:

$$\mathcal{L}^M = -\frac{1}{2}\bar{\nu}_L U m U^T C \bar{\nu}_L^T + h.c. = -\frac{1}{2}\overline{U^\dagger \nu_L} m (U^\dagger \nu_L)^C - \frac{1}{2}(\overline{U^\dagger \nu_L})^C m U^\dagger \nu_L. \quad (2.20)$$

Тэгшитгэл (2.20)-с масс гишүүнийг бичвэл:

$$\mathcal{L}^M = -\frac{1}{2}\bar{\nu}^M m \nu^M. \quad (2.21)$$

$$\nu^M = U^\dagger \nu_L m (U^\dagger \nu_L)^C = \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}, \quad m = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix}. \quad (2.22)$$

Тэгшитгэл (2.21), (2.22)-с масс гишүүн дараах хэлбэртэй болно:

$$\mathcal{L}^M = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 m_i \bar{\nu}_i \nu_i. \quad (2.23)$$

ν_i - m_i масстай нейтрино орон.

Тэгшитгэл (2.22)-с $(\nu^M(x))^C = \nu^M(x)$ болох нь тодорхой харагдаж байна. Иймээс тодорхой масстай нейтрино орон $\nu_i(x)$ ижил нөхцөлийг хангана:

$$\nu_i^C(x) = \nu_i(x). \quad (2.24)$$

Энэхүү нөхцөлийг Мажорана нөхцөл гэдэг. Ерөнхий тохиолдолд $\nu^M(x)$ орон баруун-гарын болон зүүн-гарын орны нийлбэрээр тодорхойлогддог:

$$\nu^M(x) = \nu_L^M(x) + \nu_R^M(x). \quad (2.25)$$

Тэгшитгэл (2.22) болон (2.25)-ыг хооронд нь харьцуулбал:

$$\nu_L^M(x) = U^\dagger \nu_L(x), \quad \nu_R^M(x) = (U^\dagger \nu_L(x))^C. \quad (2.26)$$

Дээрх тэгшитгэлээс бид Мажорана орны баруун-гар болон зүүн-гарын гишүүд нь дараах хамаарлаар холбогдож буйг харж болно:

$$\nu_{iR}(x) = (\nu_{iL}(x))^C. \quad (2.27)$$

Тэгшитгэл (2.27)-ийн хамаарал нь Дирак болон Мажорана орнуудын хувьд ялгаатай тодорхойлогддог. Жишээлбэл, Диракын орны баруун-гар болон зүүн-гарын гишүүд нь бие биеэсээ Мажорана орон шиг хамааралтай байдаггүй. Глобал гэж хувиргалтыг авч үзье:

$$\nu_L'(x) = e^{i\Lambda} \nu_L(x), \quad \Lambda - \text{дурын тогтмол.} \quad (2.28)$$

Цэнэгийн хосмогоор үйлчилсэн орны хувьд:

$$(\nu_L')^C(x) = e^{-i\Lambda} (\nu_L)^C(x). \quad (2.29)$$

Тэгшитгэл (2.17)-ийн масс гишүүн тэгшитгэл (2.28)-ийн гэж хувиргалтанд инвариант биш болох нь харагдаж байна. Иймээс Мажорана масс гишүүний хувьд глобал гэж тэгш хэм хадгалагддаггүй бөгөөд нейтрино болон анти-нейтриног ялгах боломжтой лептоны тоо зөрчигддөг.

Нейтрино орны Лагранжианы кинетик гишүүнийг авч үзвэл:

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\nu}_L^M i\gamma^\alpha \partial_\alpha \nu_L^M = \sum_i \bar{\nu}_{iL} i\gamma^\alpha \partial_\alpha \nu_{iL}. \quad (2.30)$$

$$\bar{\nu}_{iL} i\gamma^\alpha \partial_\alpha \nu_{iL} = -\partial^\alpha \nu_{iL}^T i\gamma_\alpha^T \bar{\nu}_{iL}^T = -\partial^\alpha (\bar{\nu}_{iL})^C i\gamma_\alpha (\nu_{iL})^C. \quad (2.31)$$

Эцэст нь бид дараах илэрхийлэлд хүрнэ:

$$-\partial^\alpha (\bar{\nu}_{iL})^C i\gamma_\alpha (\nu_{iL})^C = -\partial^\alpha ((\bar{\nu}_{iL})^C i\gamma_\alpha (\nu_{iL})^C) + (\bar{\nu}_{iL})^C i\gamma_\alpha \partial^\alpha (\nu_{iL})^C. \quad (2.32)$$

Нейтрино орны Лагранжианы кинетик гишүүнд харгалзах илэрхийлэл:

$$\mathcal{L}_0 = \frac{1}{2} \sum_i \bar{\nu}_{iL} i\gamma^\alpha \partial_\alpha \nu_{iL} + \frac{1}{2} \sum_i (\bar{\nu}_{iL})^C i\gamma_\alpha \partial^\alpha (\nu_{iL})^C, \quad (2.33)$$

энд $\nu_i = \nu_{iL} + (\nu_{iL})^C$ нь Мажорана орон.

Тэгшитгэл (2.23), (2.33)-ээс бид нейтрино орны Лагранжиан илэрхийллийг бичвэл:

$$\mathcal{L}_0 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \bar{\nu}_i (i\gamma^\alpha \partial_\alpha - m_i) \nu_i. \quad (2.34)$$

Мажорана масс гишүүний тохиолдолд зөвхөн зүүн-гарын нейтрино орон ν_{iL} Лагранжианд хамаарагдаж байна.

2.4 Нейтрино масс гишүүн

Нейтрино бүлийн хувьд Дирак болон Мажорана масс гишүүнийг авч үзье:

$$\mathcal{L}^{D+M} = -\frac{1}{2} m_L \bar{\nu}_L (\nu_L)^C - m_D \bar{\nu}_L \nu_R - \frac{1}{2} m_R (\bar{\nu}_R)^C \nu_R + h.c. \quad (2.35)$$

Бид лептоны бүлд CP инвариант гэж үзсэн. Энэ тохиолдолд m_L , m_D , болон m_R бодит параметрууд. \mathcal{L}^{D+M} масс гишүүнийг матриц хэлбэртэй бичвэл:

$$\mathcal{L}^{D+M} = -\frac{1}{2} \bar{n}_L M^{D+M} (n_L)^C + h.c. \quad (2.36)$$

$$n_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ (\nu_R)^C \end{pmatrix}, \quad M^{D+M} = \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix}. \quad (2.37)$$

M^{D+M} матрицыг дараах хэлбэртэй бичих боломжтой:

$$M^{D+M} = \frac{1}{2} Tr M^{D+M} + M, \quad (2.38)$$

энд $Tr M = 0$,

$$M = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}(m_R - m_L) & m_D \\ m_D & \frac{1}{2}(m_R - m_L) \end{pmatrix}. \quad (2.39)$$

M матриц ортогональ хувиргалтаар амархан диагональчлагддаг:

$$M = O \bar{m} O^T. \quad (2.40)$$

Энд

$$O = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.41)$$

ортогональ матриц бөгөөд

$$\bar{m}_{1,2} = \mp \frac{1}{2} \sqrt{(m_R - m_L)^2 + 4m_D^2}. \quad (2.42)$$

Тэгшитгэл (2.40), (2.41) болон (2.42)-с бид өнцөгийн илэрхийллийг олж болно:

$$\tan 2\theta = \frac{2m_D}{m_R - m_L}, \quad \cos 2\theta = \frac{m_R - m_L}{\sqrt{(m_R - m_L)^2 + 4m_D^2}}. \quad (2.43)$$

Харин M^{D+M} матрицын хувьд тэгшитгэл (2.38), (2.40) болон (2.42)-ийг ашиглан дараах хэлбэртэй тодорхойлно:

$$M^{D+M} = Om'O^T, \quad (2.44)$$

$$m'_{1,2} = \frac{1}{2}(m_R + m_L) \mp \frac{1}{2} \sqrt{(m_R - m_L)^2 + 4m_D^2}, \quad (2.45)$$

$m'_{1,2}$ - M^{D+M} матрицын хувийн утга юм. Эдгээр хэмжигдэхүүн нь нэмэх эсвэл хасах утгатай байх боломжтой ба

$$m'_i = m_i \eta_i, \quad (2.46)$$

$m_i = |m'_i|$ ба $\eta_i = \pm 1$. Тэгшитгэл (2.45), (2.46)-ийг ашиглавал:

$$M^{D+M} = Om\eta O^T = UmU^T, \quad (2.47)$$

$U = O\eta^{1/2}$ - унитар матриц. Тэгшитгэл (2.36), (2.47)-ээс бид масс гишүүний Лагранжианыг тодорхойлбол:

$$\mathcal{L}^{D+M} = -\frac{1}{2} \bar{\nu}^M m \nu^M = -\frac{1}{2} \sum_{i=1,2} m_i \bar{\nu}_i \nu_i. \quad (2.48)$$

$$\nu^M = U^\dagger n_L + (U^\dagger n_L)^C = \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}, \quad (\nu_i^C = \nu_i). \quad (2.49)$$

ν_1, ν_2 нь m_1, m_2 масстай Мажорана нейтрино орон юм. Тэгшитгэл (2.37), (2.41), (2.49)-с нейтрино бүлийн холилтын хамаарлыг олбол:

$$\begin{aligned} \nu_L &= \cos \theta \sqrt{\eta_1} \nu_{1L} + \sin \theta \sqrt{\eta_2} \nu_{2L}, \\ (\nu_R)^C &= -\sin \theta \sqrt{\eta_1} \nu_{1L} + \cos \theta \sqrt{\eta_2} \nu_{2L}. \end{aligned} \quad (2.50)$$

m_1 ба m_2 нейтрино масс болон θ холилтын өнцөг m_L, m_D , ба m_R гэсэн 3 бодит параметруудаар тодорхойлогддог.

2.5 Нейтрино массын үүслийн дүүжин механизм

Стандарт онолд маш бага нейтрино массыг оруулж ирдэг үндсэн онол бол дүүжин механизм юм. Энэхүү механизмаар Стандарт онолын зүүн-гарын нейтрино бусад хүнд масстай бөөмстэй харьцуулахад маш хөнгөн болдог. Одоо бид дүүжин механизмын үндсэн ойлголтыг томъёолъё.

1. Эхлээд бид зүүн-гарын нейтриног массгүй гэж авч үзнэ, өөрөөр хэлбэл $m_L = 0$.
2. Баруун-гарын нейтриног Стандарт онолд нэмснээр нейтринод Юкава харилцан үйлчлэлээр Дирак төрлийн масс гишүүн m_D олгох боломжтой.
3. Мөн түүнчлэн лептоны тоог хоёроор зөрчдөг Мажорана төрлийн масс гишүүн нэмж оруулах.

$$m_R \equiv M_R \gg m_D. \quad (2.51)$$

Тэгшитгэл (2.45), (2.51)-ээс Мажорана бөөмийн масс доорх илэрхийллээр өгөгдөнө:

$$m_1 \simeq \frac{m_D^2}{M_R} \ll m_D, \quad m_2 \simeq M_R \gg m_D. \quad (2.52)$$

Тэгшитгэл (2.43), (2.47)-аас холилтын өнцгийг олвол:

$$\theta \simeq \frac{m_D}{M_R} \ll 1. \quad (2.53)$$

Мөн $\eta_1 = -1$, $\eta_2 = 1$ бөгөөд тэгшитгэл (2.50), (2.53) -ээс доорх холилтын хамаарлыг олж болно:

$$\begin{aligned} \nu_L &= i\nu_{1L} + \frac{m_D}{M_R}\nu_{2L}, \\ (\nu_R)^C &= -i\frac{m_D}{M_R}\nu_{1L} + \nu_{2L}. \end{aligned} \quad (2.54)$$

Дүүжин механизмын гол санаа нь цэнэгт лептон, кваркын масстай харьцуулахад маш бага масстай зүүн-гарын нейтрино хүнд M_R массын утгатай холбогддог. Хэрвээ бид $m_D \simeq m_t \simeq 170 \text{ GeV}$, $m_1 \simeq 5 \cdot 10^{-2}$ (нейтрино осцилляцийн хувьд хамгийн хүнд масс) гэж үзвэл $M_R \simeq \frac{m_D^2}{m_1} \simeq 10^{15} \text{ GeV}$ хэмжээтэй болно. Иймд масс матриц дараах хэлбэртэй болно:

$$M = \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D^T & M_R \end{pmatrix}, \quad (2.55)$$

энд m_D болон M_R нь 3×3 матриц бөгөөд $M_R = M_R^T$. Бид $M_R \gg m_D$ гэж үзэж байгаа. U унитар матрицаас хамаарсан m матрицын хамаарлыг бичье:

$$U^T M U = m, \quad (2.56)$$

$$U = \begin{pmatrix} 1 & (m_D^T)^\dagger (M_R^{-1})^\dagger \\ -M_R^{-1} m_D^T & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.57)$$

$U^\dagger U = 1$ нөхцөлийг ашиглан $\frac{m_D}{M_R}$ гишүүнийг ойролцоогоор шугаман болохыг амархан шалгаж болно. Тэгшитгэл (2.56), (2.57)-с m матриц блок-диагональ хэлбэрт шилжинэ:

$$m \simeq \begin{pmatrix} -m_D M_R^{-1} m_D^T & 0 \\ 0 & M_R \end{pmatrix}. \quad (2.58)$$

Иймд Мажорана масс матриц дараах хэлбэртэй бичигдэнэ:

$$m_\nu = -m_D M_R^{-1} m_D^T, \quad (2.59)$$

энд хүнд Мажорана бөөмийн масс матриц нь M_R юм.

Нейтрино масс болон нейтрино холилтын өнцгийн утга нь m_D , M_R матрицаар тодорхойлогддог. Тэгшитгэл (2.59) лептон болон кваркын масстай харьцангуйгаар нейтрино маш бага масстай байхыг хангаж байна.

Хэрвээ дүүжин механизм байгальд биелэх бол бид дараах дүгнэлтэнд хүрнэ:

1. Нейтрино бол Мажорана бөөм.
2. Нейтрино масс лептон болон кваркын массаас маш бага.
3. Дүүжин механизмын хувьд зүүн-гарын нейтринод харгалзах хүнд баруун-гарын Мажорана бөөм оршин байна.

Бид нейтриногийн маш бага масс үүсэх стандарт дүүжин механизмыг авч үзлээ. Нейтриногийн маш бага массыг тайлбарлах боломжтой бусад дөхөлт нь Стандарт онолын Лагранжиан болон дахин нормчлолын бус эффе́ктив Лагранжианы нийлбэрээр илэрхийлэгдэнэ:

$$\mathcal{L}_{eff} = -\frac{1}{M} \sum_{\nu l} y_{\nu l} (\psi_{\nu L}^T \sigma_2 \phi) C^{-1} (\phi^T \sigma_2 \psi_{lL}^T) + h.c. \quad (2.60)$$

Энд ψ_{lL} - лептоны хоёр хэмжээст, ϕ - Хигсийн хоёр хэмжээст болон σ_2 - Паулийн матриц:

$$\psi_{lL} = \begin{pmatrix} \nu_{lL} \\ l_L \end{pmatrix} \quad (l = e, \mu, \tau), \quad \phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}. \quad (2.61)$$

Лагранжиан \mathcal{L}_{eff} нь $SU(2) \times U(1)$ тэгш хэмд инвариант боловч лептоны тоо хадгалагддаггүй. Цахилгаан сул тэгш хэм аяндаа эвдэрсний дараа Хигсийн хоёр хэмжээст дараах хэлбэртэй болдог:

$$\phi(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (2.62)$$

энд цахилгаан сул вакуумын утга $v \simeq 247$ ГэВ бөгөөд $H(x)$ - Хигсийн орон юм.

Тэгшитгэл (2.60), (2.62)-с бид зүүн-гарын Мажорана масс гишүүний Лагранжианыг бичвэл:

$$\mathcal{L}^M = \frac{1}{2} \sum_{\nu l} \nu_{\nu L}^T C^{-1} M_{\nu l}^M \nu_{lL} + h.c. \quad (2.63)$$

Мажорана матриц M^M нь дүүжин механизмын илэрхийллээр өгөгдөнө:

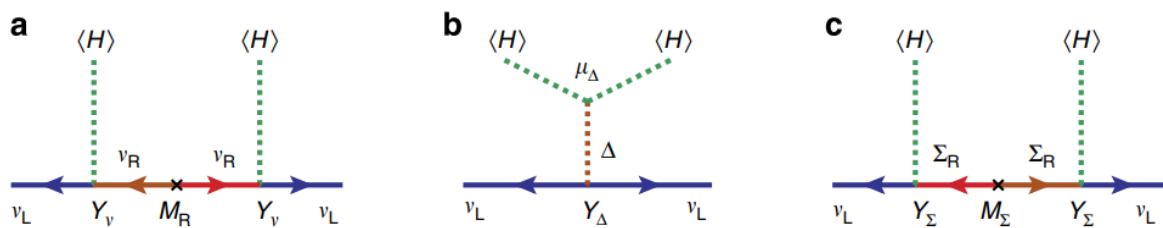
$$M_{\nu l}^M = \frac{y_{\nu l} v^2}{M}. \quad (2.64)$$

Эффе́ктив Лагранжиан \mathcal{L}_{eff} нь өргөтгөсөн Стандарт онолын гурван өөр харилцан үйлчлэлээр үүсэх боломжтой.

1. Хүнд Мажорана синглет фермион N_R ($M_N \gg v$)-той лептон-Хигс хос харилцан үйлчлэх. Энэ тохиолдолд Лагранжиан \mathcal{L}_{eff} лептон-Хигс хосын хоорондох виртуал N_R -ийн солиболцолийн диаграммаар үүснэ.

2. Лептоны хос болон Хигсийн хос триплет, хүнд скаляр бозон Δ -той харилцан үйлчлэх. (Нейтрино орны изотопик спины проекц 1/2-той тэнцүү учраас синглет скаляр бозон нейтрино-нейтрино харилцан үйлчлэлээр үүсэж чадахгүй.) Энэ тохиолдолд эффектив Лагранжиан \mathcal{L}_{eff} лептон ба Хигс хосын хооронд виртуал Δ -ийн солиболцолийн диаграммаар үүснэ.
3. Лептон-Хигс хос хүнд Мажорана триплет фермион Σ_R -тай харилцан үйлчлэх. Энэ тохиолдолд эффектив Лагранжиан \mathcal{L}_{eff} лептон-Хигс хосын хооронд виртуал Σ_R -ийн солиболцолийн диаграммаар үүснэ.

Стандарт дүүжин механизм лептон-Хигс- N_R харилцан үйлчлэлтэй холбоотой. Үүнийг нэгдүгээр төрлийн дүүжин механизм гэдэг. Хоёр болон гуравдугаар харилцан үйлчлэлтэй загварыг хоёрдугаар төрлийн болон гуравдугаар төрлийн дүүжин механизм гэж тус тус нэрлэдэг. Эдгээр гурван төрлийн загварыг үүсгэх диаграммыг дор үзүүлэв.



Зураг 2.1: Гурван төрлийн дүүжин механизмд нейтрино масс үүсгэх диаграммууд.

Бүлэг 3

Стериль нейтрино ба харанхуй матери

3.1 Харанхуй материйн бүрэлдэхүүн хэсэг болох стериль нейтрино

Баруун-гарын нейтрино Стандарт онолын хамгийн их судлагдсан өргөтгөл бөгөөд дүүжин механизмаар нейтрино массын үүслийг тодорхойлох боломжтой. Баруун-гарын нейтрино стандарт онолын гейж тэгш хэмд харгалзах цэнэггүй учраас Мажорана масс гишүүн бичигдэнэ. Хэрвээ баруун-гарын нейтрино оршин байгаад мөн нейтрино массын үүслийг тодорхойлох боломжтой бол харанхуй материтай холбогдох боломжтой юу? гэсэн асуудал тавих боломжтой. Стандарт онолын идэвхтэй нейтрино сул хүчээр энгийн материудтай харилцан үйлчлэлд ордог бол стериль нейтрино баруун-гарын туйлшралаасаа шалтгаалан сул хүчээр энгийн материудтай харилцан үйлчлэлд ордоггүй. Ерөнхийдөө стериль нейтрино Дирак масс гишүүнд харгалзах холилтын өнцгөөрөө зөвхөн Стандарт онолын бөөмстэй харилцан үйлчлэлд ордог.

Ерөнхийдөө кэВ массын хэмжээстэй стериль нейтрино харанхуй материйн бүрэлдэхүүн хэсэг болох боломжтой. Харанхуй материйн ямар ч бүрэлдэхүүн хэсэг космологийн хугацааны хэмжээст тогтвортой байх ёстой бөгөөд амьдрах нас нь ертөнцийн нас $\tau_{\text{univ}} \sim 4.35 \times 10^{17}$ секунд-аас урт байдаг.

$$\tau_{\text{decay}} > \tau_{\text{univ}}. \quad (3.1)$$

Эдгээр стериль нейтрино өндөр температурт ертөнцийн эхэн үед үүссэн бөгөөд дулааны тэнцвэртэй системд оршихгүй ба тэнцвэрийн бус үйлчлэлээр үүссэн. νMSM онолын Лагранжианыг бичвэл

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \bar{N}_I i \partial_\mu \gamma^\mu N_I - Y_{\alpha I} \bar{L}_\alpha \tilde{H} N_I - \bar{N}_I^c \frac{M_I}{2} N_I + h.c., \quad (3.2)$$

энд \mathcal{L}_{SM} - Стандарт онолын хэсэг, $N_I = (N_1, N_2, N_3)$ - баруун гарын нейтрино, $L_\alpha (\alpha = e, \mu, \tau)$ - лептон даблет, H - Хигс даблет, $Y_{\alpha I}$ - Юкава харилцан үйлчлэлийн тогтмол, M_I - баруун-гарын нейтринод харгалзах лептоны тоо зөрчигдөх Мажорана масс. Хэрвээ баруун-гарын нэг нейтрино $N_1 = N_S$ харанхуй материйн бүрэлдэхүүн хэсэг болвол Лагранжианы масс гишүүдийг дараах хэлбэртэй бичиж болно

$$-\mathcal{L}_{\text{mass}} = \bar{\nu}_\alpha^T M_{\alpha S} N_S + \bar{\nu}_\alpha^T M_{\alpha I} N_I + \frac{1}{2} \bar{N}_S^c \mu_S N_S + \frac{1}{2} \bar{N}_I^c M_R N_I, \quad (3.3)$$

энд $N_S, N_I = (N_2, N_3)$ - стериль нейтрино болон хоёр баруун-гарын нейтринон, $M_{\alpha S}, M_{\alpha I}$ - Дирак масс матрицууд, ба $\mu_S, M_R = \text{diag}(M_{R_2}, M_{R_3})$ - стериль нейтрино болон

баруун-гарын нейтрино Мажорана масс матрицуудыг тус тус илэрхийлж байна. M_R бусад масс матрицуудаас олон дахин их гэж үзвэл N_I Лагранжианаас салах ба (ν_α, N_S^c) суурийн хувьд масс матрицыг бичвэл

$$M_{\nu S} = \begin{pmatrix} -M_{\alpha I} M_R^{-1} M_{\alpha I}^T & M_{\alpha S} \\ M_{\alpha S}^T & \mu_S \end{pmatrix}, \quad (3.4)$$

энд $M_{\alpha S}$ - баганан матриц ба $M_{\alpha S}^T = (M_{eS}, M_{\mu S}, M_{\tau S})$. Эндээс нейтрино масс матрицыг олвол

$$m_\nu = -M_{\alpha I} M_R^{-1} M_{\alpha I}^T - M_{\alpha S} \mu_S^{-1} M_{\alpha S}^T. \quad (3.5)$$

$M_R \gg \mu_S \gg M_{\alpha S}, M_{\alpha I}$ массын хязгаарт нейтрино масс матриц дараах хэлбэртэй бичигдэнэ

$$m_\nu \approx -M_{\alpha S} \mu_S^{-1} M_{\alpha S}^T. \quad (3.6)$$

Харин стериль нейтрино масс

$$M_1 \simeq \mu_S. \quad (3.7)$$

Стериль болон идэвхтэй нейтриногийн холилтын өнцгөөс нейтрино массыг хамааруулан бичвэл

$$m_\nu^i = |\theta_{\alpha 1}|^2 M_1, \quad (3.8)$$

энд стериль болон идэвхтэй нейтриногийн холилт

$$\theta_{\alpha 1} = M_{\alpha 1} M_1^{-1}. \quad (3.9)$$

Хөнгөн ба хүнд нейтриногийн харилцан үйлчлэл $\nu_\alpha = P_L(U_\nu \nu_i + \Theta N_1)$ ($\Theta = \theta U_N^*$) хамаарлаар тодорхойлогдоно. Массын суурь дахь сул харилцан үйлчлэлийн гүйдэл дараах хэлбэртэй бичигдэнэ

$$j_\mu^\pm = \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{l}_\alpha \gamma_\mu P_L \Theta N_1 + h.c., \quad (3.10)$$

$$j_\mu^0 = \sum_i \frac{g}{2 \cos \theta_W} \bar{\nu}_i \gamma_\mu P_L \Theta N_1 + h.c., \quad (3.11)$$

энд g - сул харилцан үйлчлэлийн тогтмол, $\cos \theta_W$ - Вейнбергийн өнцөг ба $P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)$ - зүүн-гарын туйлшралын оператор.

Энэхүү судалгааны ажлын хүрээнд стериль нейтрино (N_1) θ -холилтын өнцөгтэй сул харилцан үйлчлэлээр холбогдон, харанхуй материйн бүрэлдэхүүн хэсэг болох боломжит хувилбарыг судалсан. Стериль нейтрино харанхуй материйн квант-радиатив засварын задрал өөр өөр төрлийн рентген туяаны туршилтууд [18] дээр ажиглагдсан бөгөөд стериль болон идэвхтэй нейтрино холилтын өнцгийн хязгаарыг тогтоох боломжтой болсон. Ерөнхийдөө кэВ массын хэмжээстэй стериль нейтрино анх релятивистик бөөм шиг үүссэн ба цацаргалт зонхилох үед релятивистик биш бөөм болдог. Ийм төрлийн харанхуй материйг дулаан харанхуй матери гэдэг ба цагаан одой дагуулын галактикийн нягт болон галактикийн харанхуй материйн хало-ын хэлбэрийн асуудлыг [19] шийдэхэд тустай.

3.2 Стериль нейтрино харанхуй материйн задрал

Хэрвээ стериль нейтрино идэвхтэй нейтринотой тэгээс ялгаатай холилтын өнцгөөр холбогдож байвал стериль нейтрино тогтвортой биш болно. Харанхуй материйн бүрэлдэхүүн

хэсэг болох стериль нейтриногийн хамгийн чухал ажиглалтын хязгаар нь нэг-гогцоот квант-радиатив засварын задрал ($N_1 \rightarrow \nu_i \gamma$)-ын шууд биш ажиглалтаар тодорхойлогддог. Энэхүү процессын задралын хурд нь [20]

$$\begin{aligned} \Gamma(N_1 \rightarrow \nu_i \gamma) &= \frac{9\alpha_{EM} G_F^2 M_1^5}{256\pi^4} \left(1 - \frac{m_i^2}{M_1^2}\right)^3 \left(1 + \frac{m_i^2}{M_1^2}\right) \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \left| \left(1 - \frac{m_{l\alpha}^2}{2M_W^2}\right) \theta_{\alpha 1} \right|^2 \\ &\approx \frac{1}{0.37 \times 10^{17} \text{sec}} \theta^2 \left(\frac{M_1}{10 \text{ keV}}\right)^5, \end{aligned} \quad (3.12)$$

энд m_i - нейтрино массын хувийн утгууд, $m_{l\alpha}$ - цэнэгтэй лептоны массууд, M_W - W бозоны масс, G_F - Ферми тогтмол, ба α_{EM} - цахилгаан соронзон харилцан үйлчлэлийн тогтмол. Энэхүү задралын амьдрах нас ертөнцийн наснаас их байх ёстой учраас задралын хурд Тэгшитгэл 3.1 - ийг хангах ёстой. $m_i \ll M_1$, $m_{l\alpha} \ll M_W$ гэвэл холилтын өнцгийн хязгаар дараах байдлаар илэрхийлэгдэнэ

$$\theta^2 < 0.042 \left(\frac{10 \text{ keV}}{M_1}\right)^5. \quad (3.13)$$

Задралын дүнд үүсэх нейтрино масс маш бага учраас стериль нейтриногийн энерги задралын бүтээгдэхүүнүүдэд ижилхэн тархагдана. Иймээс фотоны энерги $E_\gamma = M_1/2$ болно. Энэхүү сигнал нь шууд биш ажиглалтын хэмжилтээр харанхуй материйн задралыг хайх боломжийг олгоно.

3.2.1 Стериль нейтрино харанхуй материйн хязгаар

Стериль нейтриногийн масс болон стериль - идэвхтэй нейтриногийн холилтын өнцгийн хавтгайд квант-радиатив засварын задралын хязгаарыг Зураг (3.1) - д үзүүлэв. Додельсон-Видроу-ийн механизмийн стериль - идэвхтэй нейтриногийн хоорондох осцилляцийн үр дүн стериль нейтриногийн тархалтын агууламж харанхуй материйн бүх бүрэлдэхүүн хэсгийг бий болгоход хангалттай гэж үздэг [21]. Додельсон-Видроу-ийн механизмийн гол анализ нь идэвхтэй нейтрино дулааны тэнцвэрт ($T \gg \text{МэВ}$) байхад стериль нейтриногийн нягтыг бодох явдал юм. Иймд кэВ массын орчимд стериль нейтриногийн эцсийн нягтын агууламж, холилтын өнцөг болон массын хамаарлыг бичвэл [20, 22]

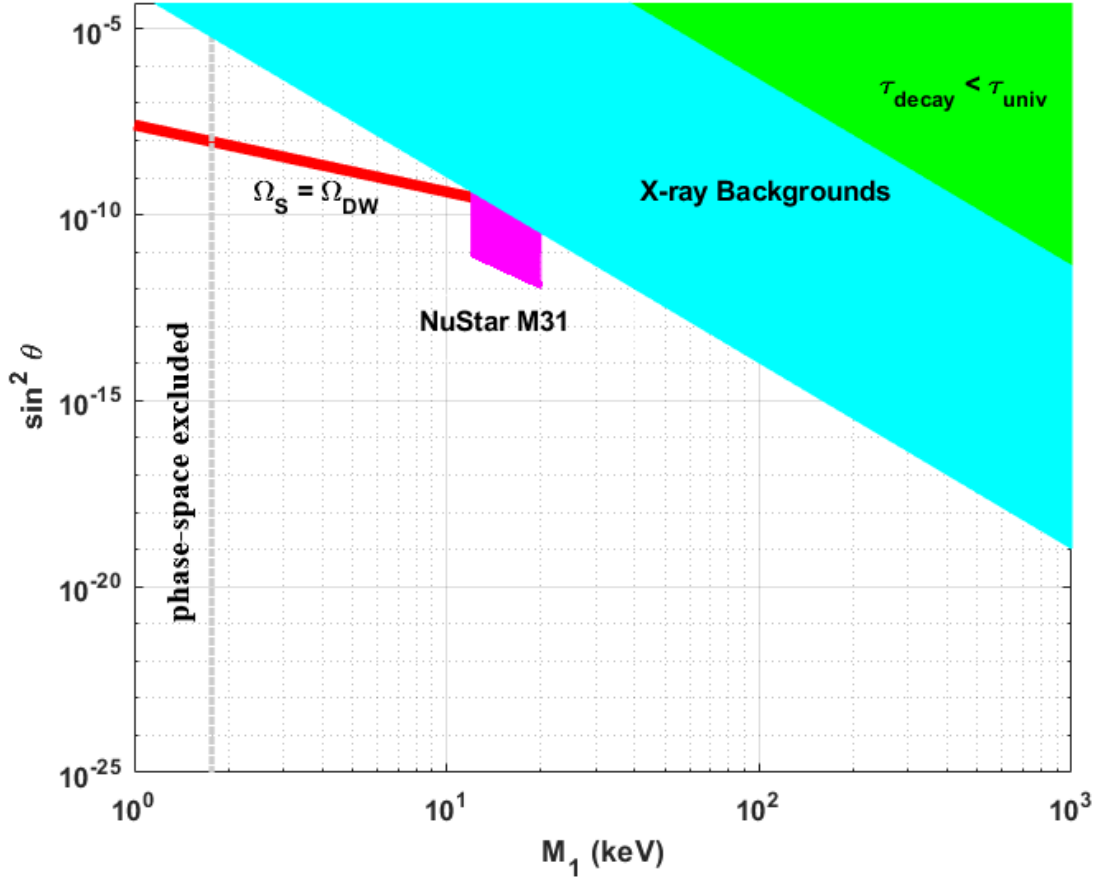
$$\Omega_S \approx 0.2 \left(\frac{\sin^2 \theta}{3 \times 10^{-9}}\right) \left(\frac{M_1}{3 \text{ keV}}\right)^{1.8}. \quad (3.14)$$

Додельсон-Видроу-ийн механизмаар харанхуй материйн бүх бүрэлдэхүүн хэсгийг ($\Omega_S = \Omega_{DM} \simeq 0.24$) бүрдүүлэхэд шаардагдах холилтын өнцөг болон массын хамаарлыг Зураг (3.1) - д улаан шулуунаар үзүүлэв. Энэ шулуунаас доош стериль - идэвхтэй нейтрино осцилляци харанхуй материйн ажиглагдсан агууламжаас багыг үүсгэнэ. HEAO-1 and XMM-Newton туршилтын дэвсгэр рентген туяаны ажиглалтын анализаар холилтын өнцөг болон стериль нейтрино массын хязгаар дараах байдлаар тодорхойлогдоно [23, 24]

$$\sin^2 \theta < 1.15 \times 10^{-4} \left(\frac{M_1}{\text{keV}}\right)^{-5} \left(\frac{\Omega_s}{0.26}\right). \quad (3.15)$$

Хамгийн сүүлийн NuSTAR M31 туршилтын ажиглалтаар [20, 25] стериль нейтрино харанхуй материйн масс 12 - 20 кэВ орчимд байх бөгөөд энэхүү үр дүн Зураг (3.1) - д ягаан хэсгээр дүрслэгдэж байна. Додельсон-Видроу-ийн механизмаар үүссэн стериль нейтриногийн хувьд Ферми - Диракын тархалттай хамааралтайгаар массын нарийвчилсан хязгаар [26] бий болно

$$M_1 \geq 1.77 \text{ keV}. \quad (3.16)$$



Зураг 3.1: Стериль нейтриногийн масс ба стериль - идэвхтэй нейтриногийн холилтын өнцгийн хязгаар.

3.3 Стериль нейтрино харанхуй материйн үр дагавар

Бид идэвхтэй нейтриногийн массын үүслийг сонирхож байгаа учраас баруун - гарын нейтрино бүрийн идэвхтэй нейтринод үзүүлэх хувь нэмрийг тооцох ёстой. Мөн түүнчлэн Стандарт онолын өргөтгөлөөр үүсэх массын хязгаар ажиглалттай тохирох ёстой. Тэгшитгэл (3.14) болон (3.9) - ийг ашиглан харанхуй материйн зөв нягтыг илэрхийлэх хязгаарыг олбол

$$|(M_{\alpha 1})|^2 \sim \mathcal{O}(0.01) \text{ eV}^2. \quad (3.17)$$

Стериль нейтриногийн боломжит массын хязгаарыг бичвэл

$$2 \text{ keV} \lesssim M_1 \lesssim 20 \text{ keV}. \quad (3.18)$$

Дээрх хоёр хязгаарын нөхцлөөс бид дүүжин механизмийн хувьд идэвхтэй нейтриногийн массын хязгаарыг авч үзэх боломжтой. Стериль - идэвхтэй нейтриногийн холилтын өнцгийн хязгаар

$$|\theta_{\alpha 1}|^2 = \frac{|(M_{\alpha 1})|^2}{M_1^2} \approx \mathcal{O}(10^{-10}). \quad (3.19)$$

Өөрөөр хэлбэл дүүжин механизмаар идэвхтэй нейтрино массыг үүсгэхийн тулд холилтын өнцөг $\mathcal{O}(10^{-10})$ орчим байх ёстой. Тэгшитгэл (3.8) илэрхийлэгдсэн идэвхтэй нейтриногийн масс дараах хэмжээсийн орчим байна

$$m_\nu \approx \mathcal{O}(10^{-6}) \text{ eV}. \quad (3.20)$$

Хоёр идэвхтэй нейтриногийн массууд нейтрино осцилляцийн үр дүнгээр [27] илэрхийлэгдэнэ: $m_2 = \sqrt{\Delta m_{\text{sol}}^2} \simeq 9 \times 10^{-3} \text{ eV}$, $m_3 = \sqrt{\Delta m_{\text{atm}}^2} \simeq 5 \times 10^{-2} \text{ eV}$. Энэ тохиолдолд хамгийн хөнгөн идэвхтэй нейтриногийн масс доорх нөхцлийг хангана

$$m_1 \leq m_\nu \approx \mathcal{O}(10^{-6}) \text{ eV}. \quad (3.21)$$

Энэ тооцооллын дүнд хөнгөн нейтриногийн массд үзүүлэх N_1 - ийн хувь нэмэр маш бага бөгөөд холилтын өнцөг $\mathcal{O}(10^{-10})$ орчим байна.

Бүлэг 4

Дискрет тэгш хэм дэх нейтрино масс болон харанхуй материйн үүсэл

Энэ бүлэгт бид баруун - гарын нейтриногоор өргөтгөсөн Стандарт онолыг Хигс синглет ϕ болон дискрет Z_2 тэгш хэмээр өргөтгөсөн онолыг авч үзнэ. Мөн түүнчлэн баруун - гарын нейтринод Мажорана масс олгох болон нэмэлт синглет оронд масс олгох Хигс синглетийн задралыг судлах боломжтой.

4.1 Нэгдүгээр төрлийн дүүжин механизм

Харанхуй матери үүсэх өөр нэг механизм нь $SU(2)$ синглет оронг Хигсийн ороноор өргөтгөх явдал юм. Энэхүү загварын хувьд Лагранжиан дараах хэлбэртэй болж өөрчлөгдөнө

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{SM} + \bar{N}_I i \partial_\mu \gamma^\mu N_I - Y_{\alpha I} \bar{L}_\alpha \tilde{H} N_I - \lambda_I \phi \bar{N}_I^c N_I - \frac{M_I}{2} \bar{N}_I^c N_I + h.c. \quad (4.1)$$

Харанхуй материйг тогтвортой байх нөхцлийг хангахын тулд бид баруун - гарын хөнгөн нейтрино болох N_1 -ийг зөвхөн Z_2 тэгш хэмд цэнэгтэй байхаар сонгосон Хүснэгт (4.1).

	L_α	N_1	N_2	N_3	H	ϕ
$SU(2)_L \times U_Y(1)$	(2, -1/2)	(1, 0)	(1, 0)	(1, 0)	(2, 1/2)	(1, 0)
Z_2	1	-1	1	1	1	1

Хүснэгт 4.1: Лептонууд болон скаляруудад харгалзах Z_2 тэгш хэмийн цэнэг.

Дискрет тэгш хэм ёсоор N_1 болон идэвхтэй нейтриногийн харилцан үйлчлэлийн Юкава гишүүн хязгаарлагдана. Хигсийн орон болох H , ϕ вакуумын дундаж утга авна: $\langle H \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}v$, $\langle \phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}v'$. Зүүн - гарын (идэвхтэй) болон баруун - гарын нейтрино масс матриц дараах хэлбэртэй илэрхийлэгдэнэ

$$M(\nu_\alpha, N_I) = \begin{pmatrix} 0 & M_D \\ M_D^T & M_I \end{pmatrix}. \quad (4.2)$$

N_2, N_3 баруун - гарын нейтрино нь диагнолчлагдсан матрицаар хөнгөн идэвхтэй нейтринод масс олгох боломжтой

$$m_{\nu_{\alpha\beta}} = -M_D M_I^{-1} M_D^T = - \sum_{I=2,3} Y_{\alpha I} Y_{I\beta} \frac{v^2}{2M_I}. \quad (4.3)$$

БҮЛЭГ 4. ДИСКРЕТ ТЭГШ ХЭМ ДЭХ НЕЙТРИНО МАСС БОЛОН ХАРАНХУЙ МАТЕРИЙН ҮҮСЭЛ

Энэ масс матрицийн ранк хоёр учраас хамгийн хөнгөн идэвхтэй нейтрино массгүй бөгөөд Юкава харилцан үйлчлэлийн тогтмол $Y_{\alpha 1}$ тэг болно. Хэрвээ баруун - гарын нейтриногийн холилтын өнцөг $O(10^{-12})$ хэмжээст харгалзаж байвал идэвхтэй нейтриногийн масс нейтрино осцилляцийн үр дүнтэй тохирно. Жишээлбэл, $M_D = 100$ ГэВ ба $M_I = 2 \times 10^{14}$ ГэВ тохиолдолд нэгдүгээр төрлийн дүүжин механизмийн нөлөөгөөр идэвхтэй нейтрино масс $m_\nu \sim 0.05$ эВ болно.

N_1 стериль нейтрино харанхуй материйн үүрэг гүйцэтгэх бөгөөд Хигс синглет ϕ - ийн харилцан үйлчлэлээр үүснэ. Лагранжианы харгалзах гишүүн ϕNN ёсоор стериль нейтриногийн үлдэгдэл агууламж $\phi \rightarrow N_1 N_1$ задралаар тооцоологдоно. Энэ задралын задралын хурдыг бичвэл

$$\Gamma(\phi \rightarrow N_1 N_1) = \frac{\lambda_1^2}{16\pi} m_\phi \sqrt{1 - 4 \frac{M_1^2}{m_\phi^2}} \simeq \frac{\lambda_1^2}{16\pi} m_\phi, \quad (4.4)$$

энд $m_\phi > 2M_1$ болно. Энэ нь харанхуй матери үүсэх шинэ механизмыг илэрхийлнэ. ϕ дулааны тэнцвэрийн температураас их байх $T \ll m_\phi$ тохиолдолд харанхуй материйн агууламжийг тооцоолвол [28]

$$\Omega_{N_1} \approx \frac{0.2 f(m_\phi)}{S} \left(\frac{\lambda_1}{10^{-10}} \right)^2 \left(\frac{M_1}{4\text{keV}} \right) \left(\frac{\text{GeV}}{m_\phi} \right), \quad (4.5)$$

энд $f(m_\phi) \approx (10.75/g_*(m_\phi/3))^{3/2}$, $1 \leq S \leq 2$ бол N_1 үүссэний дараах хүнд баруун - гарын нейтриногийн задралаар үүссэн энтропийн коэффициент. Стериль нейтриногийн масс $M_1 = \frac{\lambda_1}{\langle \phi \rangle}$ ($\langle \phi \rangle = v'/\sqrt{2}$)-ийг ашиглан харанхуй материйн агууламжийг дахин бичвэл

$$\Omega_{N_1} \approx 5 \times 10^{24} \lambda_1^3 \frac{f(m_\phi)}{S} \frac{v'}{\sqrt{2} m_\phi}. \quad (4.6)$$

Иймээс харилцан үйлчлэлийн тогтмол дараах хэлбэртэй илэрхийлэгдсэний үр дүнд харанхуй материйн зөв агууламж гарна

$$\lambda_1 \approx 3.6 \times 10^{-9} \left(\frac{S}{f(m_\phi)} \right)^{1/3} \left(\frac{\sqrt{2} m_\phi}{v'} \right)^{1/3}. \quad (4.7)$$

Хэрвээ бид Хигс синглетийн массыг 100 ГэВ орчим харин түүний вакуумын дундаж утгыг 1 ТэВ орчим гэж үзвэл хөнгөн баруун - гарын нейтриногийн масс $M_1 = \frac{\lambda_1}{\langle \phi \rangle}$ кэВ орчим байна.

4.2 Урвуу дүүжин механизм

Урвуу дүүжин механизмын онцлог нь зүүн - гарын масстай нейтрино бүрт харгалзах баруун - гарын нейтрино $N_I = (N_1, N_2, N_3)$ болон синглет фермионууд $S_I = (S_1, S_2, S_3)$ - ыг нэмж өгөх явдал юм. Харгалзах цэнэгийг Хүснэгт (4.2) - д үзүүлэв

	L_α	N_1	N_2	N_3	S_1	S_2	S_3	H	ϕ
Z_2	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1
Z'_2	1	-1	1	1	-1	1	1	1	1

Хүснэгт 4.2: Бөөмсөд харгалзах $Z_2 \times Z'_2$ тэгш хэмийн цэнэг.

БҮЛЭГ 4. ДИСКРЕТ ТЭГШ ХЭМ ДЭХ НЕЙТРИНО МАСС БОЛОН ХАРАНХУЙ МАТЕРИЙН ҮҮСЭЛ

Энэ загварын хувьд Юкава Лагранжианыг бичвэл

$$-\Delta\mathcal{L} = Y_{\alpha I}\bar{L}_\alpha\tilde{H}N_I + Y_{NS}\bar{N}_I S_I\phi + \mu_S\bar{S}_I^c S_I + \mu_N\bar{N}_I^c N_I + h.c., \quad (4.8)$$

энд эхний хоёр гишүүн тэгш хэм эвдэрсний дараах Дирак масс гишүүнийг илэрхийлэх ба μ_S, μ_N нь лептоны тоог зөрчих Мажорана масс гишүүд. Урвуу дүүжин механизмын хувьд нейтрино масс матрицыг бичвэл

$$\mathcal{L}_m = (\bar{\nu}_L^c \quad \bar{N}_I \quad \bar{S}_I^c) \begin{pmatrix} 0 & M_D & 0 \\ M_D^T & \mu_N & M_N^T \\ 0 & M_N & \mu_S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ N_I^c \\ S_I \end{pmatrix}, \quad (4.9)$$

энд Дирак масс матрицууд дараах хэлбэртэй бичигдэнэ: $M_D = Y_{\alpha I}\frac{v}{\sqrt{2}}$, $M_N = Y_{NS}\frac{v'}{\sqrt{2}}$. Дүүжин механизмын ойролцооллоор идэвхтэй нейтриногийн эхний эрэмбийн эффектив масс матрицыг олбол

$$m_\nu \approx M_D(M_S^{-1})_{11}M_D^T, \quad (4.10)$$

энд гогцоогүй буюу мөчрөн диаграммын түвшинд $(M_S^{-1})_{11}$ матрицын элемент зөвхөн идэвхтэй нейтриногийн массыг илэрхийлнэ

$$M_S^{-1} = \begin{pmatrix} (\mu_N - M_N^T\mu_S^{-1}M_N)^{-1} & -(\mu_N - M_N^T\mu_S^{-1}M_N)^{-1}M_N^T\mu_S^{-1} \\ -(\mu_S - M_N^T\mu_S^{-1}M_N)^{-1}M_N\mu_R^{-1} & (\mu_S - M_N^T\mu_S^{-1}M_N)^{-1} \end{pmatrix}. \quad (4.11)$$

Харин $|\mu_{S,N}| \ll |M_N|$ ойролцооллод гогцоогүй буюу мөчрөн диаграммын түвшин дэх идэвхтэй нейтриногийн масс дараах хэлбэртэй олдоно

$$m_\nu \approx M_D M_N^{-1} \mu_S (M_N^T)^{-1} M_D^T. \quad (4.12)$$

Урвуу дүүжин механизмын нэг онцлог нь гэвэл лептоны тоог зөрчих 2×2 масс матриц μ_S - ээр Стандарт онолын нейтриногийн массыг тайлбарлах боломж юм. N_1, S_1 бусад фермионуудтай харилцан үйлчлэхгүй учраас урвуу дүүжин механизмд үзүүлэх нөлөө байхгүй. Иймээс бид өмнөх загвартай ижилхэн хамгийн бага идэвхтэй нейтриног массгүй байх урвуу дүүжин механизмын ($3\nu_l + 2N + 2S$) тохиолдлыг авч үзэж болно. Жишээлбэл, $M_D \simeq 100$ ГэВ, $M_N \simeq 2 \times 10^4$ ГэВ, $\mu_S \simeq 10$ кэВ гэвэл идэвхтэй нейтриногийн масс $m_\nu \sim 0.1$ эВ болох ба космологийн дээд хязгаарыг хангаж байна.

Энэхүү загварын хувьд N_1, S_1 нь Z' тэгш хэмд сөрөг цэнэгтэй бөгөөд хоорондоо харилцан үйлчлэлд орох боломжтой учраас хамгийн бага массын хувийн төлөв нь тогтвортой харанхуй материйн бүрэлдэхүүн хэсэг болно. Харгалзах Лагранжианы харилцан үйлчлэлийг бичвэл

$$-\mathcal{L}_{DM} \supset Y_{NS}^{11}\bar{N}_1 S_1\phi + \mu_S^{11}\bar{S}_1^c S_1 + \mu_N^{11}\bar{N}_1^c N_1. \quad (4.13)$$

Тэгш хэм эвдэрсний дараа ϕ вакуумын дундаж утга $\langle \phi \rangle = \frac{v'}{\sqrt{2}}$ авах бөгөөд масс матриц дараах хэлбэртэй бичигдэнэ

$$M_{N_1 S_1} = \begin{pmatrix} (\mu_N)_{11} & (M_N)_{11} \\ (M_N)_{11} & (\mu_S)_{11} \end{pmatrix}, \quad (4.14)$$

энд $(M_N)_{11} = \frac{Y_{NS}^{11}v'}{\sqrt{2}}$ болно. Физик төлөвүүдийн массыг олбол

$$m_{\psi_2, \psi_1} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{[(\mu_N)_{11} - (\mu_S)_{11}]^2 + 4((M_N)_{11})^2} \pm [(\mu_N)_{11} + (\mu_S)_{11}] \right], \quad (4.15)$$

энд $m_{\psi_1} < m_{\psi_2}$. Иймээс m_{ψ_1} хамгийн хөнгөн Z'_2 сөрөг цэнэгтэй бөөмийг илэрхийлж байгаа бөгөөд харанхуй материйн бүрэлдэхүүн хэсэг болох боломжтой.

Бүлэг 5

Скаляр Юкава онолын ренормчлол

Бид хэмжээсийн зохицуулалтыг хэрэглэн скаляр ба фермионы орон, тэдгээрийн масс, харилцан үйлчлэлийн тогтмолуудад эхний эрэмбээс буюу нэг-гогцоот Фейнманы диаграммаас үүсэх засваруудыг тооцов. Хэмжээсийн зохицуулалтад нэг-гогцоот интегралуудыг $d = 4 - \epsilon$ хэмжээст огторгуйд тооцож аналитик үр дүн гаргаж авдаг бөгөөд хязгааргүй салалтууд $1/\epsilon$ хэлбэрт шилждэг. Эдгээр аналитик илэрхийллүүдэд ренормчлолын нөхцөлийг тавьж салалтуудтай усталцаж байхаар харгалзах эсрэг гишүүдийг Скаляр-Юкава онолд тодорхойлов. Гарган авсан төгсгөлөг үр дүнгүүд нь ренормчлолын нөхцөлийг тавьсан энергийн түвшингээс хэрхэн хамаарахыг илтгэнэ. Энэхүү хамаарлыг харуулах холбоосын тогтмолуудын бета-функцуудыг тооцон олж бусад судлаачдын үр дүнтэй харьцуулав. Фермион ба скаляр орон хоорондын Юкава харилцан үйлчлэлийн тогтмол, скаляр орны хувийн харилцан үйлчлэлийн тогтмолуудын (Үүнийг цаашид скаляр холбоос тогтмол гэж нэрлэв.) бета-функцгийг ашиглан уг онолын ренормчлолын урсгалын графикийг байгуулав.

Энэхүү өгүүллийн 2-р бүлэгт ренормчлогдсон Скаляр-Юкава онолын эхний эрэмбэд харгалзах эсрэг гишүүдийг, 3-р бүлэгт Каллан-Симанзикийн тэгшитгэлд уг эсрэг гишүүдийг тооцож бета (β) функцгийг тус тус тодорхойлов. Үр дүнг 4-р бүлэгт дүгнэсэн ба хэмжээсийн зохицуулалтын аргыг хавсралт бүлэгт тайлбарлав.

5.1 Скаляр-Юкава онолын эхний эрэмбийн ренормчлол

Квант орны онолын ренормчлол нь анх янз бүрийн далайцад хөндөх онолоос үүсэх засваруудыг тооцоход тохиолддог хэт ягаан салалтуудын хязгааргүй үр дүнг шийдэх зорилготой томъёологдож байсан бол орчин үед квант онолын параметрууд энергийн хэмжээнээс хамаарч хэрхэн хувьсдагийг харуулдаг салшгүй нэг хэсэг болон хөгжсөн байна. Бид энэ ажилд эсрэг гишүүнт ренормчлол хэмээх үндсэн томъёоллыг ашиглах болно. Ренормчлолын өмнөх Лагранжиан нь зөвхөн ренормчлогдоогүй орон болон физик параметруудээр тодорхойлогдох ба манай тохиолдолд:

$$\mathcal{L} = \left[\frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_0)^2 - \frac{1}{2}m_{\phi_0}^2 \cdot \phi_0^2 + \bar{\psi}_0(i \not{\partial} - m_{\psi_0})\psi_0 - iy_0 \bar{\psi}_0 \gamma^5 \psi_0 \phi_0 - \frac{\lambda_0}{4!} \phi_0^4 \right] \quad (5.1)$$

гэж өгөгдөнө. Энд 0-индекс нь ренормчлогдоогүй орон болон параметруудийг тэмдэглэх ба тухайлбал ϕ_0 , ψ_0 нь ренормчлогдоогүй скаляр ба фермион орнууд, m_{ϕ_0} , m_{ψ_0} болон λ_0 , y_0 нь ренормчлолын өмнөх тэдгээрийн масс, харилцан үйлчлэлийн тогтмолууд. Хэрэв хөндөх онолыг дээрх Лагранжианд шууд хэрэглэвэл хэт ягаан салалт буюу хязгааргүй үр дүнд хүргэдэг (хэрэв уг онол фотон зэрэг массгүй бөөмс агуулж байвал нил улаан салалт мөн үүсдэг ч энэ асуудлыг 1930-аад онд бүрэн шийдсэн). Үүнийг шийддэг үндсэн аргуудын нэг нь ренормчлолын эсрэг гишүүнт томъёолол юм. Дээрх Лагранжианыг олон гишүүнт гэвэл гишүүн тус бүрийг физик орон, параметр бүхий шинэ Лагранжианаар

солих ба гишүүн тус бүртэй физик орны ижил зэрэгтэй эсрэг олон гишүүнтийг нэмж өгдөг. Эдгээр эсрэг гишүүдийг ренормчлолын нөхцөлүүд ашиглан эрэмбэ бүрт бүрэн тодорхойлж болж байвал уг онолыг ренормчлогдох онол гэнэ [29]. Скаляр-Юкава онол энэ жишээний нэг бөгөөд ийм онолын харилцан үйлчлэлийн тогтмолуудын масс хэмжээс тэг байдаг. Тэгшитгэл (5.1)-д өгөгдсөн лагранжианыг нь *физик* (0-индексгүй) орон ба эсрэг гишүүдээр дахин тодорхойлж бичвэл дараах хэлбэрт шилжинэ:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \left[\frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)^2 - \frac{1}{2}m_\phi^2 \cdot \phi^2 + \bar{\psi}(i \not{\partial} - m_\psi)\psi - iy\bar{\psi}\gamma^5\psi\phi - \frac{\lambda}{4!}\phi^4 \right] \\ & + \left[\frac{1}{2}\delta_\phi(\partial_\mu \phi)^2 - \frac{1}{2}\delta_{m_\phi}\phi^2 + \bar{\psi}(i\delta_\psi \not{\partial} - \delta_{m_\psi})\psi - iy\delta_y\bar{\psi}\gamma^5\psi\phi - \frac{\delta_\lambda}{4!}\phi^4 \right]. \end{aligned} \quad (5.2)$$

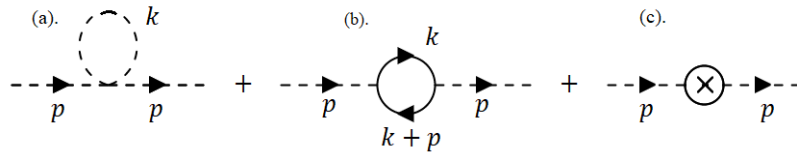
Үүнд m_ψ, m_ϕ - Юкава болон фермион бөөмсийн масс, $\delta_\phi, \delta_{m_\phi}$ болон $\delta_\psi, \delta_{m_\psi}$ нь Юкава болон Скаляр орон ба массад харгалзах эсрэг гишүүд, δ_y, δ_λ Юкава болон скаляр холбоосын тогтмолуудад харгалзах эсрэг гишүүд. Эсрэг гишүүд нь Лагранжиан дахь харгалзах гишүүдтэйгээ ижил орны зэрэгтийн олон гишүүнт байгааг анзаарна уу. Эдгээр эсрэг гишүүдийг ренормчлолын нөхцөлүүдэд дараах

- $\delta_\phi, \delta_{m_\phi}$ -г скаляр оронд хөндөх онолоос үүсэх квант засвар Π_ϕ -с,
- $(\delta_\psi, \delta_{m_\psi})$ -г фермион оронд хөндөх онолоос үүсэх квант засвар Π_ψ -с,
- δ_y -г Юкава харилцан үйлчлэлд үүсэх засвар M_y -с
- δ_λ -г Скаляр харилцан үйлчлэлийн засвар M_λ -с

тус тус олно.

5.1.1 Скаляр болон фермион орны нэг-гогцоот засварууд

Бид эхлээд скаляр орны ренормчлолыг эхний эрэмбэд авч үзнэ. Үүний тулд уг оронд ирэх засварыг Зураг 5.1-д үзүүлсэн скаляр болон фермионы орны нэг-гогцоот диаграммуудыг ашиглан бодох хэрэгтэй. Зураг 5.1(a)-т үзүүлсэн диаграммын алгебр илэрхийллийг бичиж



Зураг 5.1: (a). Скаляр орны эхний эрэмбийн (нэг-гогцоот) засварт харгалзах диаграмм, (b). Скаляр орон дахь Фермион оронд хөндөх онолоос эхний эрэмбийн засвар, (c). Скаляр хоёр-цэгт функцэд харгалзах эсрэг гишүүний диаграмм.

хэмжээсийн зохицуулалт (Хавсралтыг үзнэ үү [29]) ашиглан бодвол:

$$\begin{aligned} -i\Pi_\phi^{(a)} &= \frac{i\lambda}{2} \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{i}{k^2 - m_\phi^2 + i\epsilon} \\ &= \frac{-i\lambda m_\phi^2}{32\pi^2} \left[\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \log(4\pi) - \log(m_\phi^2) \right] \end{aligned} \quad (5.3)$$

болно. Мөн адил Зураг 5.1(б)-т үзүүлсэн диаграммын алгебр илэрхийлэл нь

$$\begin{aligned}
 -i\Pi_\phi^{(b)}(p^2) &= y^2 \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{\text{tr}[\gamma^5 i(\not{k} + m_\psi) \gamma^5 i(\not{p} + \not{k} + m_\psi)]}{(k^2 - m_\psi^2 + i\epsilon)((k+p)^2 - m_\psi^2 + i\epsilon)} \\
 &= \frac{iy^2}{4\pi^2} \int_0^1 dx \left[(-2\Delta(p^2) + (x(1-x)p^2 + m_\psi^2)) \right. \\
 &\quad \left. \times \left(\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \log(4\pi) - \log \Delta(p^2) + \frac{1}{2} \right) \right] \quad (5.4)
 \end{aligned}$$

байна. Үүнд $\Delta(p^2) = -x(1-x)p^2 + m_\psi^2$. Сүүлийн хэрээс бүхий диаграмм нь скаляр орон болон түүний массад харгалзах эсрэг гишүүдийг илтгэх ба харгалзах илэрхийлэл нь

$$i(p^2 \delta_\phi - \delta_{m_\phi}) \quad (5.5)$$

гэж илэрхийлэгддэг. Дээрх интегралыг тооцохдоо бид мөн адил хэмжээсийн зохицуулалт хэрэглэв. Скаляр оронд үүсэх засваруудын үр дүнг эсрэг гишүүдийн хамт нэгтгэн бичвэл

$$\begin{aligned}
 -i\Pi_\phi^{(a)} - i\Pi_\phi^{(b)}(p^2) &= -\frac{i\lambda m_\phi^2}{32\pi^2} \left(\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \log(4\pi) - \log m_\phi^2 \right) \\
 &\quad + \frac{iy^2}{4\pi^2} \int_0^1 dx \left[(-2\Delta(p^2) + (x(1-x)p^2 + m_\psi^2)) \right. \\
 &\quad \left. \times \left(\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \log(4\pi) - \log \Delta(p^2) \right) \right] + i(p^2 \delta_\phi - \delta_{m_\phi}) \quad (5.6)
 \end{aligned}$$

болно. Скаляр орны ренормчлолын нөхцөлийг $p^2 = \mu^2$ энергийн хэмжээнд дээрх нийлбэрт тавьж эсрэг гишүүнийг тодорхойлбол

$$\begin{aligned}
 \left[\Pi_\phi^{(b)}(p^2) + \Pi_\phi^{(a)} + \delta_\phi p^2 + \delta_{m_\phi} \right]_{p^2=\mu^2} &= 0 \\
 \frac{d}{dp^2} \left[\Pi_\phi^{(b)}(p^2) + \Pi_\phi^{(a)} + \delta_\phi p^2 + \delta_{m_\phi} \right]_{p^2=\mu^2} &= 0 \quad (5.7)
 \end{aligned}$$

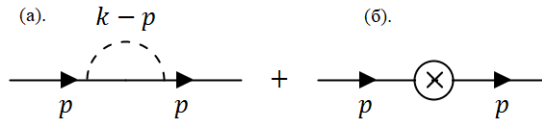
болно. Дээрх нөхцлийг хангаж байхын тулд эсрэг гишүүд нь нэг-гогцоот диаграммд үүсэх салалтыг устгаж байх ёстой. Иймд харгалзах эсрэг гишүүдийг тодорхойлбол

$$\begin{aligned}
 \delta_{m_\phi} &= \frac{\lambda m_\phi^2}{32\pi^2} \left[\frac{2}{\epsilon} - \log m_\phi^2 - \gamma + \log(4\pi) \right] \\
 &\quad - \frac{y^2 m_\phi^2}{4\pi^2} \left[\frac{2}{\epsilon} - \log \left(\frac{m_\psi^2}{x(1-x)\mu^2} \right) - \gamma + \log(4\pi) \right] \\
 \delta_\phi &= \frac{y^2}{8\pi^2} \left[\frac{2}{\epsilon} - \log \left(\frac{m_\psi^2}{x(1-x)\mu^2} \right) - \gamma + \log(4\pi) - \frac{1}{2} \right]. \quad (5.8)
 \end{aligned}$$

Дээрх үр дүнг олохдоо эхлээд (5.8)-ийн 2-р тэгшитгэлийг ашиглан δ_ϕ эсрэг гишүүнийг олсон ба үр дүнг 1-р тэгшитгэлд орлуулж массын эсрэг гишүүн δ_{m_ϕ} -г тооцов. Эсрэг гишүүдийн илэрхийлэл (5.8) нь бидний сонгож авсан энергийн түвшингээс хамаарч байгааг анзаарна уу.

Фермионы оронд нэг-гогцоот үүсэх засвар эхний эрэмбийн

Өмнө хэсэгт авч үзсэн скаляр орны ренормчлолыг мөн ижил аргаар фермионы орны хувьд гүйцэтгэе. Бид тооцоогоо хөндөх онолын эхний эрэмбэ буюу фермионы оронд нэг-гогцоот диаграммуудаас үүсэх засваруудаар хязгаарлана. Зураг 2-ын (а)-хэсэгт үзүүлсэн



Зураг 5.2: (а). Фермион хоёр-цэгт функцийн засвар, (б). Фермион хоёр-цэгт функцэд харгалзах эсрэг гишүүний диаграмм.

фермионы оронд скаляр гогцооноос үүсэх засварт харгалзах илэрхийлэл нь:

$$-i\Pi_{\psi}^{(a)}(\not{p}) = (iy)^2 \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \gamma^5 \frac{i}{((p-k)^2 - m_{\phi}^2)} \gamma^5 \frac{i(k + m_{\psi})}{k^2 - m_{\psi}^2}. \quad (5.9)$$

байна. Мөн Зураг 2-ын (б)-хэсэг дахь диаграмм нь фермион орон болон түүний массад харгалзах эсрэг гишүүд ба

$$i(\not{p}\delta_{\psi} - \delta_{m_{\psi}}). \quad (5.10)$$

гэж илэрхийлэгдэнэ. Фермионы оронд хөндөх онолын эхний эрэмбэд (нэг-гогцоот диаграммаас) үүсэх засваруудад хэмжээсийн зохицуулалт хийж нэгтгэн бичвэл дараах илэрхийлэлд хүрнэ:

$$\begin{aligned} -\Pi_{\psi}(\not{p}) &= -\frac{iy^2}{16\pi^2} \int_0^1 dx [(1-x)\not{p} + m_{\psi}] \left(\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \log(4\pi) - \log(\Delta_1) \right) \\ &+ i(\not{p}\delta_{\psi} - \delta_{m_{\psi}}). \end{aligned} \quad (5.11)$$

Энд $\Delta_1 = -x(1-x)p^2 + (1-x)m_{\phi}^2 + xm_{\psi}^2$, x Фейнманы параметрчлэлийн хувьсагч, m_{ϕ} - скаляр бөөмийн масс.

Фермион оронд харгалзах ренормчлолын нөхцөл:

$$\begin{aligned} \left[\Pi_{\psi}^{(a)}(\not{p}) + \delta_{m_{\psi}} \right]_{\not{p}=\mu} &= 0 \\ \frac{d}{d\not{p}} \left[\Pi_{\psi}^{(a)}(\not{p}) - \delta_{\psi} \right]_{\not{p}=\mu} &= 0 \end{aligned} \quad (5.12)$$

Дээрх нөхцөлийг ашиглан эсрэг гишүүдийг тодорхойлбол

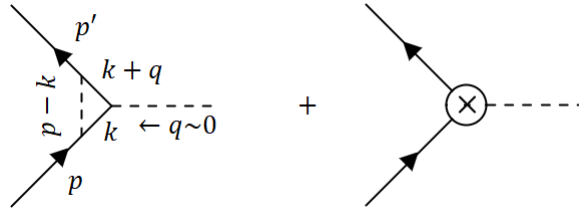
$$\begin{aligned} \delta_{m_{\psi}} &= -\frac{y^2}{16\pi^2} \int_0^1 dx \left[\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \log(4\pi) - \log \Delta \right] \\ &= -\frac{y^2}{16\pi^2} \left[\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \log(4\pi) - \log \Delta \right] \\ \delta_{\psi} &= \frac{y^2}{32\pi^2} \left[\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \log(4\pi) - \log \Delta \right] \end{aligned} \quad (5.13)$$

болох ба үүнд $\Delta = (1-x)m_{\phi}^2 + xm_{\psi}^2 - x(1-x)\mu^2$ болно.

5.1.2 Юкава харилцан үйлчлэлийн оройн функц

Зураг 5.3-т үзүүлсэн эхний диаграммаар тодорхойлогдох Юкава харилцан үйлчлэлийн оройн функцийг засвард харгалзах илэрхийлэл:

$$-iM_{\lambda} = -iy^3 \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{\gamma^5(k + m_{\psi})\gamma^5(k + m_{\psi})\gamma^5}{((p-k)^2 - m_{\phi}^2)(k^2 - m_{\psi}^2)(k^2 - m_{\phi}^2)} + \delta_y \gamma^5 \quad (5.14)$$



Зураг 5.3: Юкава харилцан үйлчлэлийн эхний эрэмбийн Фейнманы диаграмм. Юкава холбоос тогтмолын β -функцийг тодорхойлоход шаардлагатай тооцооны эцсийн хэсэг нь Юкава харилцан үйлчлэлийн оройн функцад хөндөх онолоос ирэх засвар M_λ юм.

болно. Ренормчлолын нөхцөл:

$$[-iM_\lambda(p^2) = iy]_{p^2=\mu^2} \quad (5.15)$$

тавьж харгалзах эсрэг гишүүнийг тодорхойлбол

$$\delta_y = \frac{g^3}{16\pi^2} \left[\frac{2}{\epsilon} - \log \Delta - \gamma + \log(4\pi) \right] \quad (5.16)$$

байх ба үүнд $\Delta = m_\psi^2 - x(1-x)p_1^2 - z(1-z)p_2^2 - 2xzp_1 \cdot p_2$ бөгөөд x, z нь Фейнманы параметрууд болно.

2.3 Скаляр орны хувийн харилцан үйлчлэл

Зөвхөн өөртэйгөө харилцан үйлчлэлд орж буйг илэрхийлэх гишүүнийг хувийн харилцан үйлчлэл гэх ба эхний эрэмбэд нь харгалзах Фейнманы диаграммыг Зураг 5.4-г үзүүлэв. Скаляр орны хувийн харилцан үйлчлэлийн хувьд далайц:



Зураг 5.4: (а). Хувийн харилцан үйлчлэлийн эхний эрэмбийн засварт харгалзах диаграмм, (б). Фермионы гогцооноос өгөх засварт харгалзах эхний эрэмбийн диаграмм, (с). Харгалзах эсрэг гишүүнийг илэрхийлэх диаграммууд.

$$iM^{(4)} = \frac{(-i\lambda)^2}{2} \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{i}{(k^2 - m_\phi^2)} \frac{i}{(k+p)^2 - m_\phi^2} \quad (5.17)$$

Энэхүү орны хувьд фермион засварт харгалзах илэрхийлэл:

$$-iM^{(4)} = i^4 y^4 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{\text{tr}[\gamma^5(\not{k} + m_\psi)\gamma^5(\not{k} + \not{p}_1 + \not{p}_2 + \not{p}_3 + m_\psi)]}{(k^2 - m_\psi^2)((k + p_1 + p_2 + p_3)^2 - m_\psi^2)} \cdot \frac{\gamma^5(\not{k} + \not{p}_1 + \not{p}_2 + m_\psi)\gamma^5(\not{k} + \not{p}_1 + m_\psi)}{((k + p_1 + p_2)^2 - m_\psi^2)((k + p_1)^2 - m_\psi^2)} \quad (5.18)$$

Хувийн харилцан үйлчлэлийн эсрэг гишүүн

$$-i\delta\lambda. \quad (5.19)$$

Скаляр харилцан харгалзах далайцын нийлбэр

$$\begin{aligned} -iM^{(4)} &= i\frac{3\lambda^2}{32\pi^2} \left[\frac{2}{\epsilon} - \log \Delta_1 - \gamma + \log(4\pi) \right] \\ &+ i\frac{3y^4}{2\pi^2} \left[\frac{2}{\epsilon} - \log \Delta_2 - \gamma + \log(4\pi) \right] - i\delta\lambda \end{aligned} \quad (5.20)$$

ба үүнд $\Delta_1 = m_\phi^2 - (1-x)p^2$, $\Delta_2 = -z(1-z)p_3^2 - (x-z)(1-(x-z)p_1^2 + 2z(x-z)p_3p_1 + m_\phi^2)$ болно. Үүнд x, z нь Фейнманы параметрууд болно. Бид дахин нормчлолын цэг μ^2 - ээс эсрэг гишүүдийг хамааруулан бичвэл $p^2 = \mu^2$ тул орны хувьд дахин нормчлолын нөхцөл бичвэл:

$$-iM^{(4)} = -i\lambda, \quad s = 4\mu^2, \quad t = u = 0. \quad (5.21)$$

Скаляр орны хувийн харилцан үйлчлэлд харгалзах эсрэг гишүүнийг тодорхойлбол:

$$\delta\lambda = \left(\frac{3\lambda^2}{32\pi^2} - \frac{3g^4}{2\pi^2} \right) \left[\frac{2}{\epsilon} - \log(m_\phi^2 - (1-x)\mu^2) - \gamma + \log(4\pi) \right]. \quad (5.22)$$

болно.

5.2 β -функц

Каллан - Симанзикийн тэгшитгэлийг ерөнхий тохиолдолд n -цэгт Гриний функц $G^{(n)}(x_1, \dots, x_n; \mu, \lambda)$ -ийн хувьд бичвэл

$$\left(\mu \frac{\partial}{\partial \mu} + \beta \frac{\partial}{\partial \lambda} + n\gamma \right) G^{(n)}(x_1, \dots, x_n; \mu, \lambda) = 0 \quad (5.23)$$

байна. Бидний олсон $\Pi_{\phi, \psi}$, M_y болон M_λ нь харгалзан 2, 3, 4-цэгт Гриний функцууд юм.

1. Скаляр холбоос тогтмол ба бета (β_λ) функц

Хувийн харилцан үйлчлэлд ордог скаляр орны хувьд Гриний функц ($G^{(4)} = M_\lambda$)-г тодорхойлбол:

$$G^{(4)} = [-i\lambda + (-i\lambda)^2 [iV(s) + iV(t) + iV(u)] - i\delta\lambda] \prod_{i=1, \dots, 4} \frac{i}{p_i^2} \quad (5.24)$$

Каллан - Симанзикийн тэгшитгэлийг холбоос тогтмол болон эсрэг гишүүд ашиглан бичвэл:

$$\left[\mu \frac{\partial}{\partial \mu} + \beta(\lambda) \frac{\partial}{\partial \lambda} + 4\gamma(\lambda) \right] G^{(4)}(p_1, \dots, p_4) = 0 \quad (5.25)$$

байх ба харгалзах бета (β) функц нь:

$$\beta(\lambda) = \frac{3\lambda^2}{16\pi^2} + O(\lambda^3) \quad (5.26)$$

болно [30].

2. Юкава холбоос тогтмолын бета $\beta(y)$ функц

Юкава холбоос тогтмолын эхний эрэмбийн засварт харгалзах эсрэг гишүүдийг ашиглан харгалзах Каллан - Симанзикийн тэгшитгэлийг бичвэл:

$$\mu \frac{\partial}{\partial \mu} (\delta_y - y(\delta_\psi + \delta_\phi)) + \beta(y) + \frac{y}{2} \cdot \mu \frac{\partial}{\partial \mu} (\delta_\psi + \delta_\phi) = 0 \quad (5.27)$$

болно[30]. Үүнд Тухайн Юкава харилцан үйлчлэлд харгалзах бета функц

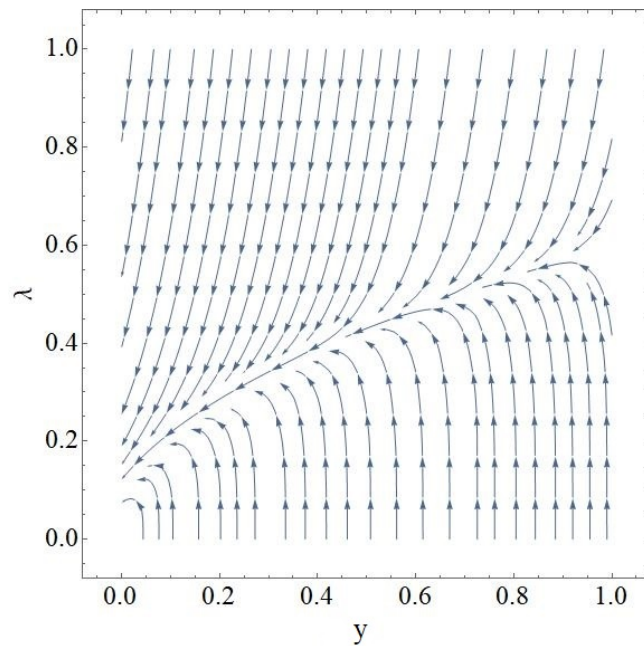
$$\beta(y) = \mu \frac{\partial}{\partial \mu} \left(-\delta_y + \frac{1}{2}y(\delta_\psi + \delta_\phi) \right) \quad (5.28)$$

болно.

β -функцийг Юкава холбоос тогтмол y , скаляр холбоос тогтмол λ - аас хамааруулан тодорхойлбол:

$$\beta(\lambda) = \frac{3\lambda^2 + 8\lambda y^2 - 48y^4}{16\pi^2} \quad \beta(y) = \frac{5y^3}{16\pi^2} \quad (5.29)$$

болно. Энэхүү систем тэгшитгэлээс ренормчлолын группийн урсгалын тэгшитгэл гарган авч уг онолын асимптотик зүй тогтолыг тодорхойлно. Юкава холбоосын тогтмолын бета-функц нь эсрэг тэмдэгтэй хоёр гишүүн агуулж байгаа тул тэг утгыг авах муруй оршин байна [31]. Үүнийг илэрхий бус бэхлэгдсэн цэг гэнэ (non trivial fixed point). Тэг-



Зураг 5.5: Хөндөх онолын эхний эрэмбэд харгалзах Скаляр-Юкава онолын холбоос тогтмолуудын ренормчлолын группийн урсгал.

шитгэл (5.29) - ийн эхний тэгшитгэл буюу $\beta(\lambda)$ -д параметрийн анализ хийж Зураг 5.5-д үзүүлсэн ренормчлолын бүлгийн урсгалын муруйнуудыг байгуулав. Дээрх урсгалын муруйнууд цуглаж буй муруй нь илэрхий бус бэхлэгдсэн цэгийн олонлог юм. Асимптотик энергийн түвшиний хязгаарт энэ муруйн орчим байгаа бүх шийдүүд уг муруйруу дөхөх тул бидний авч үзэж буй онол хөндөх онол хэвэндээ байхыг илэрхийлж байна [32].

Бүлэг 6

Мезоны бүтэц

1. **Чармониум мезоны өдөөгдсөн χ_{c0} төлвийн радиациац задралын ноёлох сувгийг тогтоож, параметруудыг тооцоолох:**

CERN/LHCb төвийн туршилтаар саяхан ажиглагдсан чармониум бүлийн өдөөгдсөн төлвүүдийн радиациац задралын судалгааны аналитик томъёлол, компьютер код-алгоритмыг боловсруулан, боломжит сувгуудыг нарийвчлав. $J/\Psi(3096)$ бөөмсийн орбитын өдөөгдсөн төлөв χ_{c0} (3415) бөөмийн ноёлох (доминант) радиациац задралын өргөн, инвариант амплитуд, холбогдох параметруудын урьдчилсан тооцоог хийв.

2. **Чармониум вектор мезоны ноёлох задралын $\chi_{c2} \rightarrow J/\Psi + \gamma$ сувгийн инвариант матрицын элементийг тодорхойлж, задралын өргөн, бусад гол үзүүлэлтийг тооцоолох:**

$J/\Psi(3096)$ бөөмсийн орбитын өдөөгдсөн төлөв χ_{c0} (3556) тензор мезоны радиациац задралын боломжит сувгуудыг нарийвчлан тогтоож, ноёлох (доминант) радиациац задралын өргөн, инвариант амплитуд, холбогдох параметруудын тооцоог хийв.

3. **LHCb туршилтаар ажиглагдсан чармониум мезоны өдөөгдсөн $\chi_{c0}, \chi_{c1}, \chi_{c2}$ төлвүүдийн судлагаа, ноёлох задралын сувгуудын өргөн болон бусад параметруудын тооцоо:**

Чармониум мезоны өдөөгдсөн χ_{c0} (3415), χ_{c1} (3510), χ_{c2} (3556) төлвүүдийн задралын голлох сувгийг тодорхойлов. Дээрх бөөмсийн харилцан үйлчлэлийн тогтмолууд, хэмжээтэй харгалзах параметруудыг тогтоож, ноёлох задралуудын инвариант амплитудууд болон «helicity» амплитудуудын холбоог томъёолж, нарийвчлалтай тооцоолон гаргав.

4. **Өдөөгдсөн аксиал-вектор мезон χ_{c1} (3510) нэг фотон цацруулан үндсэн төлөвт шилжихийг судлан, спинлэг (helicity) шинж, бусад гол үзүүлэлтийг тооцоолох:**

Тухайн шилжилтийг “Infrared Confinement” загварын хүрээнд судлан, аксиал-вектор χ_{c1} (3510) мезоны харилцан үйлчлэлийн тогтмол, хэмжээний параметрыг тогтоож, задралын инвариант амплитудууд болон «helicity» амплитудуудын холбоог томъёолон, бусад гол үзүүлэлтийг тооцоолон гаргав.

5. **Чармониум тензор мезоны ноёлох задралын $\chi_{c2} \rightarrow J/\Psi + \gamma$ сувгийн инвариант матрицын элементийг тодорхойлж, задралын өргөн, бусад гол үзүүлэлтийг тооцоолох:**

$J/\Psi(3096)$ бөөмсийн өдөөгдсөн төлөв χ_{c2} (3556) тензор мезоны радиациац задралын боломжит сувгуудыг нарийвчлан тогтоож, ноёлох (доминант) радиациац задралын өргөн, инвариант амплитуд, холбогдох параметруудын тооцоог хийв.

6. LHCb, BES-III зэрэг хурдасгуурууд дээр эрчимтэй судлагдаж байгаа хүнд чармониум бөөмсийн орбитын өдөөгдсөн төлвүүдийн судалгаа, тэдний задралын голлох сувгийн өргөн болон бусад параметруудыг тодорхойлох:

Чармониум бөөмсийн дээд ($J = 1, 2$) спинтэй өдөөгдсөн χ_{c0} (3415), χ_{c1} (3511), $h_c(3525)$, χ_{c2} (3556) төлвүүдийн радиаци задралын боломжит сувгуудын судалгааг Analytic (Infrared) Confinement загварын хүрээнд гүйцэтгэв. Нэг фотон цацаргах замаар явагдах радиацийн ноёлох (dominant) $\chi_{cJ} \rightarrow g + J/\Psi$, $h_c \rightarrow g + J/\Psi$ сувгуудийн задралын Лоренц-инвариант болон спин-тархалтын (helicity) амплитудуудыг тогтоож, тэдний харилцан үйлчлэлийн тогтмолууд, оройн функцууд болон парциал задралын өргөнүүд, бусад холбогдох параметруудыг тооцоолсон нь туршилтын үр дүнтэй бүрэн нийцэв. Цаашлан, онолын тооцооны үр дүнг LHCb туршилтын өгөгдлүүдтэй харьцуулж, h_c бөөмийн задралын бүрэн өргөн нь одоогийн тогтоосоноос илүү нарийн мужид байх таамаглал дэвшүүлэв.

7. Хүнд В мезонуудын доминант-радиаци болон сул-лептон задралуудыг аналитик-конфайнмент онолоор загварчлах:

Задралуудын голлох сувгуудыг тогтоож, харгалзах аналитик томьёонууд, компьютер програмчлалын код бэлдэхээр ажиллаж байна.

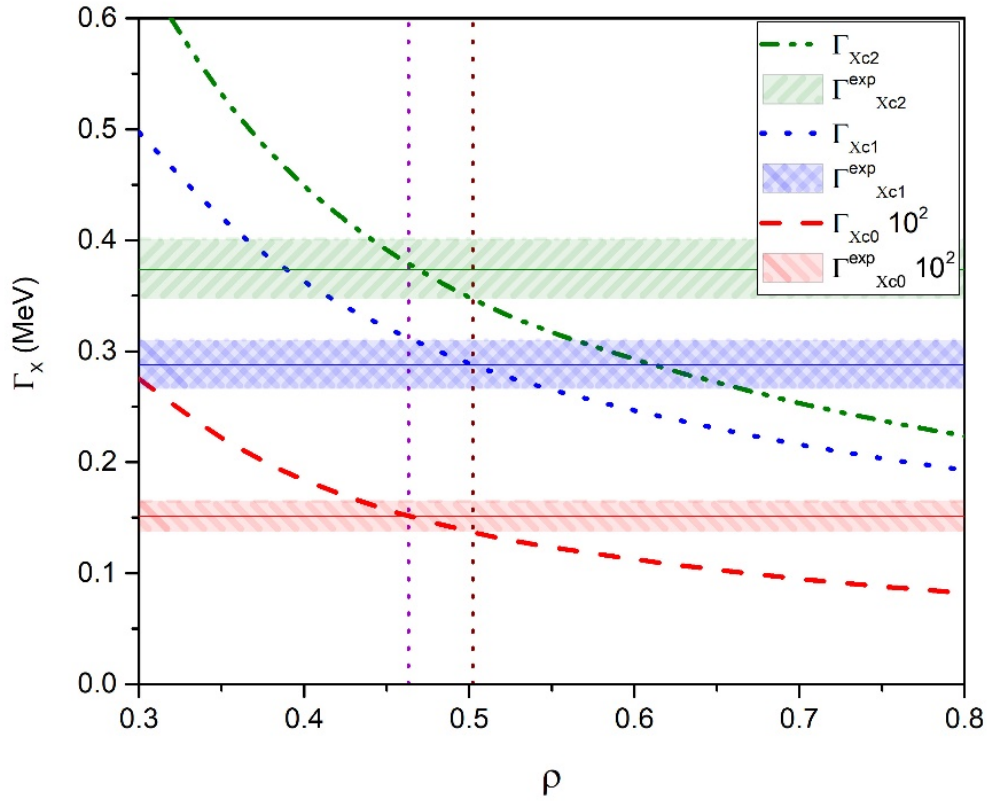
2021 онд гүйцэтгэсэн ажлын танилцуулга

1. «Чармониум» (charmonium) хэмээгдэх ($c\bar{c}$) бөөмс нь сүүлийн жилүүдэд LHCb, BES III, GSI-FAIR зэрэг хурдасгуур дээр эрчимтэй судлагдаж байгаа бөгөөд 2023-2025 оноос хэрэгжих ЦШНИ-ийн NICA/MPD/SPD цогцолборын судалгааны нэг чиглэл болох юм. Эдгээр бөөмс нь 3-5 ГэВ энергийн мужид ажиглагддаг, өдөөгдсөн төлвүүд нь харьцангуй нам энергитэй, задралын давамгайлах суваг нь нэг фотон цацруулах горимоор явагддаг зэрэг онцлогтой. Бид 2021 онд чармониум бөөмсийн S - болон P -төлвүүд нь цахилгаан-соронзон үйлчлэл дор радиаци шилжилтээр задрах үзэгдлийг ковариант конфайнмент кварк (covariant confined quark model) загварчлалаар судлав. Үүнд, загварыг цааш боловсронгуй болгон, урьдын чөлөөт 6 параметрын оронд адрон доторх кваркийн тархалтыг үзүүлэх универсал нэг параметр ($\rho = 0.485$, 6.1) оруулан томьёолж $\eta_c(^1S_0)$, $J/\Psi(^3S_1)$, $\chi_{c0}(^3P_0)$, $\chi_{c1}(^3P_1)$, $h_c(^1P_1)$, $\chi_{c2}(^3P_2)$ бөөмсийн харилцан үйлчлэлийн тогтмолууд, оройн функцууд болон нэг фотон цацруулах фактал задралын өргөнүүд, холбогдох параметруудыг тооцоолсон нь туршилтын өгөгдөлтэй (Particle Data Group 2021) бүрэн тохирсоноос (3,5-р баганууд, Хүснэгт 6.2) гадна онолын бусад загваруудын тооцоог (*Constituent Quark Model* [16], *Lattice QCD Simulation Group* [20], *modified Cornell Potential Model* [30], Хүснэгт 6.2) сайжруулав.

Цаашлан, манай онолын тооцооны үр дүнг LHCb туршилтын өгөгдлүүдтэй харьцуулсаны үр дүнд $h_c(^1P_1)$ чармониум бөөмийн задралын бүрэн өргөн нь одоогийн туршилтаар тогтоосоноос ($\Gamma_{PDG}(h_c) = 0.7 \pm 0.4 \text{ MeV}$) илүү нарийн мужид ($\Gamma_{theor}(h_c) = 0.57 \pm 0.12 \text{ MeV}$) олдож болох таамаглал дэвшүүлэв.

2. NICA/MPD/SPD цогцолборууд дээр 2023-2025 оноос эхлэн кварк-глюоны плазм, квант хромодинамикийн (QCD) фазын шилжилтийн үе шатуудыг судлахаар төлөвлөж байна.

Бид чармониум бөөмсийн холбоост төлөвт холбогдох «конфайнмент - деконфайнмент» (confinement - deconfinement phase) шилжилтийг судлан, бидний дээр ашигласан «конфайнмент» фаз нь алгуураар, үсрэлтгүйгээр «деконфайнмент» горимд шилжэхийг бас тооцоолон үзүүлэв (Зураг 6.3).



Зураг 6.1: Чармониум $J/\Psi(^3S_1)$, $\chi_{c0}(^3P_0)$, $\chi_{c1}(^3P_1)$, $h_c(^1P_1)$, $\chi_{c2}(^3P_2)$ бөөмсийн давамгайлах радиц шилжилтийн задралын өргөнүүд нь адрон доторх кваркийн тархалтыг тодорхойлох универсал ($\rho > 0$) параметраас хэрхэн хамаарахыг үзүүлэв. Уг параметрын утга $\rho = 0.485$ байхад чармониум бөөмсийн фрактал задралын өргөнүүд нь LHCb туршилтын өгөгдөлтэй (Particle Data Group 2021) бүрэн тохирч байна.

GANBOLD, GUTSCHE, IVANOV, and LYUBOVITSKIJ

 PHYS. REV. D **104**, 094048 (2021)

TABLE II. Some theoretical predictions of the partial widths (in units of keV) of the dominant radiative decay of the charmonium states below the $D\bar{D}$ threshold in comparison with recent data.

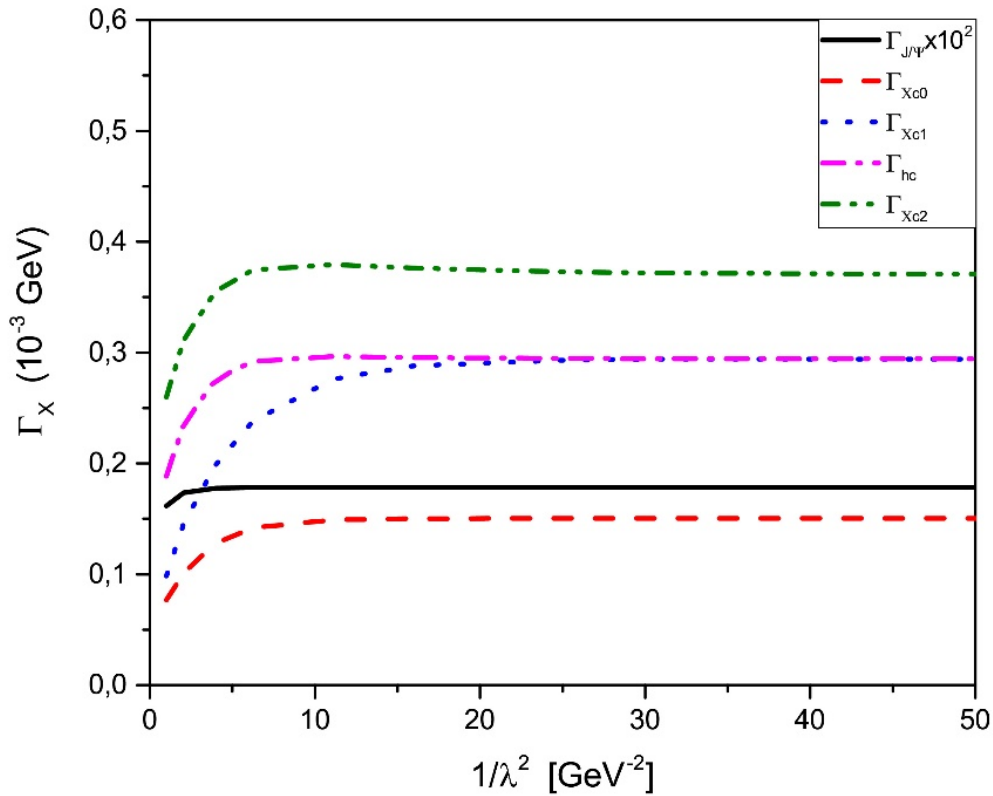
J^{PC}	Radiative decay	$CCQM \lambda = 0.181$	$CCQM \lambda \rightarrow 0$	Exp.[34]	p/m [30]	LWL[30]	[20]	[16]
1^{--}	$\Gamma(J/\psi \rightarrow \gamma\eta_c)$	1.771	1.771	1.58 ± 0.43	2.64(11)	1.25
0^{++}	$\Gamma(\chi_{c0} \rightarrow \gamma J/\psi)$	142.0	142.0	151 ± 14	118	128	...	128
1^{++}	$\Gamma(\chi_{c1} \rightarrow \gamma J/\psi)$	296.7	297.0	288 ± 22	315	266	...	275
1^{+-}	$\Gamma(h_c \rightarrow \gamma\eta_c)$	290.8	290.7	357 ± 270	720(50)(20)	587
2^{++}	$\Gamma(\chi_{c2} \rightarrow \gamma J/\psi)$	358.1	356.7	374 ± 27	419	353	...	467

Зураг 6.2:

3. Судалгааны үр дүнгээр олон улсын хуралд уригдан хоёр (онлайн) илтгэл [3.6] тавьж, мэргэжлийн хянан магадлалтай сэтгүүлд нэг өгүүлэл [3.1] хэвлүүлж, нэг өгүүлэл хэвлэлтэд бэлтгэв.

Мэргэжлийн хянан магадлалтай сэтгүүлд өгүүлэл

Gurjav Ganbold, Thomas Gutsche, Mikhail A. Ivanov, Valery E. Lyubovitskij,



Зураг 6.3: Чармониум $J/\Psi(^3S_1)$, $\chi_{c0}(^3P_0)$, $\chi_{c1}(^3P_1)$, $h_c(^1P_1)$, $\chi_{c2}(^3P_2)$ бөөмсийн давамгайлах радиаци шилжилтийн задралын өргөнүүд нь хориг (конфайнмент) энергийн хэмжээсээс ($\lambda > 0$) хэрхэн хамаарахыг үзүүлэв. Задралын өргөнүүд нь «конфайнмент» фазаас ($\lambda > 0.33 \text{ GeV}$ буюу $1/\lambda^2 < 10 \text{ GeV}^2$) алгуураар, үсрэлтгүйгээр «деконфайнмент» горимд ($\lambda < 0.2 \text{ GeV}$ буюу $1/\lambda^2 > 25 \text{ GeV}^2$) шилжэхийг зураг дээр харуулав.

"Radiative transitions of charmonium states in the covariant confined quark model",
Physical Review D, **104** (2021) 094048 DOI:10.1103/PhysRevD.104.094048.

[Impact Factor: 5.296]

Эрдэм шинжилгээний хуралд хэлэлцүүлсэн (уригдсан, өөрөө илтгэсэн)

1. Gurjav Ganbold (invited talk), *"Analytic Confinement in Modern Hadron Physics"*, at **Annual Meeting of the Mongolian Physical Society**, 18-19 November 2021, Ulaanbaatar, Mongolia (online via ZOOM, 2021).

2. Gurjav Ganbold (invited talk), *"Radiative transitions of charmonium states"*, at **XIX Intern. Conference on Hadron Spectroscopy and Structure (HADRON2021)**, 26-31 July 2021, Mexico City, Mexico (online via ZOOM, 2021).

Хавсралт А

Скаляр Юкава онолын ренормчлол

А.1 Скаляр оронд хөндөх онолоос үүсэх квант засвар Π_ϕ - г тооцох

Зураг 5.1 а - д үзүүлсэн диаграммын алгебр илэрхийллийг бичвэл:

$$-i\Pi_\phi^{(a)} = \frac{i\lambda}{2} \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{i}{k^2 - m_\phi^2 + i\epsilon} = -\frac{i\lambda}{2} \int \frac{d^d k_E}{(2\pi)^d} \frac{1}{k_E^2 + m_\phi^2}. \quad (\text{A.1})$$

Үүнд Евклидийн огторгуй дахь Викийн теорем $k = ik_E^0$, $k^2 = -k_E^2$, $\Delta = m_\phi^2$ ашиглав. Минковскийн огторгуй дахь d хэмжээст интегралыг Гамма функцээр илэрхийлбэл:

$$\int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{i}{k^2 - \Delta} = \frac{(-1)^n i}{(4\pi)^{d/2}} \frac{\Gamma(n - \frac{d}{2})}{\Gamma(n)} \left(\frac{1}{\Delta}\right)^{n - \frac{d}{2}}. \quad (\text{A.2})$$

Хөндөх онолоос үүсэх квант засвар $\Pi_\phi^{(a)}$ нь:

$$-i\Pi_\phi^{(a)} = -i\frac{\lambda}{2} \frac{1}{(4\pi)^{d/2}} \frac{\Gamma(1 - \frac{d}{2})}{(m_\phi^2)^{1 - \frac{d}{2}}} = -i\frac{\lambda}{2} \frac{1}{(4\pi)^{d/2}} \frac{m_\phi^2}{(1 - \frac{d}{2})} \frac{\Gamma(2 - \frac{d}{2})}{(m_\phi^2)^{2 - \frac{d}{2}}}. \quad (\text{A.3})$$

Үүнд Эйлер-Машерони тогтмол $\gamma \approx 0.5772$. Дараах илэрхийллийг хөндөх онолоос үүсэх квант засварт ашиглана.

$$\frac{\Gamma(2 - \frac{d}{2})}{(4\pi)^{d/2}} \left(\frac{1}{\Delta}\right)^{2 - \frac{d}{2}} = \frac{1}{(4\pi)^2} \left(\frac{2}{\epsilon} - \log \Delta - \gamma + \log(4\pi)\right), \quad (\text{A.4})$$

гэвэл хөндөх онолоос үүсэх квант засвар:

$$-i\Pi_\phi^{(a)} = \frac{-i\lambda m_\phi^2}{32\pi^2} \left[\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \log(4\pi) - \log(m_\phi^2) \right]. \quad (\text{A.5})$$

Зураг 5.1 б-д үзүүлсэн диаграммын алгебр илэрхийллийг бичвэл:

$$-i\Pi_\phi^{(b)}(p^2) = y^2 \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{\text{tr}[\gamma^5 i(\not{k} + m_\psi) \gamma^5 i(\not{k} + \not{p} + m_\psi)]}{(k^2 - m_\psi^2 + i\epsilon)((k+p)^2 - m_\psi^2 + i\epsilon)} \quad (\text{A.6})$$

Энд $(\gamma^5)^2 = 1$ мөн $\text{tr}[\gamma^\mu \gamma^\nu] = 4g^{\mu\nu}$ тул trace - тэй хүртвэр дахь илэрхийлэл :

$$\begin{aligned} N &= \text{tr}[(\not{k} + m_\psi)(\not{k} + \not{p} + m_\psi)] = \text{tr}[\not{k} \not{p} + \not{k} \not{k} + m_\psi^2] \\ &= k_\mu p_\nu \cdot \text{tr}[\gamma^\mu \gamma^\nu] + k_\mu k_\nu \cdot \text{tr}[\gamma^\mu \gamma^\nu] + m_\psi^2 \cdot \text{tr}[1] \\ &= -4(k^2 + kp - m_\psi^2) \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Хуваарь дахь илэрхийллийг хялбарчлахын тулд бид Фейнманы параметрчлэл ашиглана.

$$\frac{1}{AB} = \int_0^1 dx \frac{1}{[xA + (1-x)B]^2} \quad (\text{A.8})$$

Үүнд $A = (k+p)^2 - m_\psi^2 + i\epsilon$ болон $B = k^2 - m_\psi^2 + i\epsilon$ болно.

$$\begin{aligned} \frac{1}{AB} &= \int_0^1 dx \frac{1}{[x((k+p)^2 - m_\psi^2 + i\epsilon) + (1-x)(k^2 - m_\psi^2 + i\epsilon)]^2} \\ &= \int_0^1 dx \frac{1}{[k^2 + 2x \cdot kp + xp^2 - m_\psi^2 + i\epsilon]^2} \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Үүнд бид $l = k + xp$ орлуулга хийнэ.

$$\frac{1}{AB} = \int_0^1 dx \frac{1}{[l^2 - x(1-x)p^2 - m_\psi^2 + i\epsilon]^2} \quad (\text{A.10})$$

энд $\Delta = -x(1-x)p^2 + m_\psi^2$ гэвэл

$$\frac{1}{AB} = \int_0^1 dx \frac{1}{[l^2 - \Delta + i\epsilon]^2} \quad (\text{A.11})$$

Хүртвэр дахь илэрхийлэл N - д бид $k = l - xp$ орлуулга хийж импульс k - г импульс l - ээр илэрхийлбэл:

$$\begin{aligned} N &= -4(k^2 + kp - m_\psi^2) = -4((l-xp)^2 + (l-xp)p + m_\psi^2) \\ &= 4(-l^2 + x(1-x)p^2 + m_\psi^2) \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Иймд хөндөх онолоос үүсэх квант засвар $\Pi_\phi^{(b)}$:

$$-i\Pi_\phi^{(b)} = 4y^2 \int_0^1 dx \int \frac{d^d l}{(2\pi)^d} \frac{-l^2 + x(1-x)p^2 + m_\psi^2}{(l^2 - \Delta + i\epsilon)^2} \quad (\text{A.13})$$

Одоо бид Викийн теорем болох хэмжээсийн зохицуулалт ашиглана. Үүнд

$$l = il_E \quad l^2 = -l_E^2 \quad (\text{A.14})$$

$$-i\Pi_\phi^{(b)} = 4y^2 \int_0^1 dx \int \frac{d^d l_E}{(2\pi)^d} \left[\frac{l_E^2}{(l_E^2 - \Delta)^2} + \frac{x(1-x)p^2 + m_\psi^2}{(l_E^2 - \Delta)^2} \right] \quad (\text{A.15})$$

Эхний илэрхийлэлд бид дараах хэмжээсийн зохицуулалт мөн $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$ гэдгийг ашиглана.

$$\begin{aligned} \int \frac{d^d l_E}{(2\pi)^d} \frac{l_E^2}{(l_E^2 - \Delta)^n} &= \frac{(-1)^{n-1} i}{(4\pi)^{d/2}} \frac{d}{2} \frac{\Gamma(n - \frac{d}{2} - 1)}{\Gamma(n)} \left(\frac{1}{\Delta} \right)^{n - \frac{d}{2} - 1} \\ &= -\frac{i}{(4\pi)^{d/2}} \frac{d}{2} \frac{\Gamma(1 - \frac{d}{2})}{\Delta^{1 - \frac{d}{2}}} \\ &= -\frac{i\Delta}{(4\pi)^{d/2}} \frac{d}{2} \left(1 - \frac{d}{2} \right) \cdot \frac{\Gamma(2 - \frac{d}{2})}{\Delta^{2 - \frac{d}{2}}} \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

үүнд $d = 4 - \epsilon$ бөгөөд $\epsilon \rightarrow 0$ байх тохиолдолд авч үзнэ.

$$\frac{\Gamma\left(2 - \frac{d}{2}\right)}{(4\pi)^{d/2}} \left(\frac{1}{\Delta}\right)^{2 - \frac{d}{2}} = \frac{1}{(4\pi)^2} \left(\frac{2}{\epsilon} - \log \Delta - \gamma + \log(4\pi)\right) \quad (\text{A.17})$$

$$\int \frac{d^d l_E}{(2\pi)^d} \frac{l_E^2}{(l_E^2 - \Delta)^n} = \frac{i}{(4\pi)^2} (-2\Delta) \left(\frac{2}{\epsilon} - \log \Delta - \gamma + \log(4\pi)\right) \quad (\text{A.18})$$

Хоёр дахь илэрхийлэлд бид дараах хэмжээсийн зохицуулалт ашиглана.

$$\int \frac{d^d l_E}{(2\pi)^d} \frac{1}{(l_E^2 - \Delta)^n} = \frac{(-1)^n i \Gamma\left(n - \frac{d}{2}\right)}{(4\pi)^{d/2} \Gamma(n)} \left(\frac{1}{\Delta}\right)^{n - \frac{d}{2}} \quad (\text{A.19})$$

$$\begin{aligned} & (x(1-x)p^2 + m_\psi^2) \int \frac{d^d l_E}{(2\pi)^d} \frac{1}{(l_E^2 - \Delta)^2} = \\ & = (x(1-x)p^2 + m_\psi^2) \frac{i}{(4\pi)^2} \left(\frac{2}{\epsilon} - \log \Delta - \gamma + \log(4\pi)\right) \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

Иймд хөндөх онолоос үүсэх квант засвар

$$\begin{aligned} & -i\Pi_\psi^{(b)}(p^2) = \\ & = \frac{iy^2}{4\pi^2} \int_0^1 dx \left[(-2\Delta(p^2) + (x(1-x)p^2 + m_\psi^2) \left(\frac{2}{\epsilon} - \gamma - \log \Delta + \log(4\pi)\right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

Скаляр оронд үүсэх засваруудын үр дүнг эсрэг гишүүдийн хамт нэгтгэн бичвэл:

$$\begin{aligned} -i\Pi_\phi^{(a)} - i\Pi_\phi^{(b)}(p^2) & = -\frac{i\lambda m_\phi^2}{32\pi^2} \left(\frac{2}{\epsilon} - \log \Delta(p^2) - \gamma + \log(4\pi) - \log m_\phi^2\right) \\ & + \frac{iy^2}{4\pi^2} \int_0^1 dx \left[(-2\Delta(p^2) + (x(1-x)p^2 + m_\psi^2) \right. \\ & \times \left. \left(\frac{2}{\epsilon} - \log \Delta(p^2) - \gamma + \log(4\pi)\right) \right] \\ & + i(p^2 \delta_\phi - \delta_{m_\phi}) \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

интегралыг тооцвол үүнд $\Delta = -x(1-x)p^2 + m_\psi^2$ болно.

$$\int_0^1 dx \left[-2\Delta(p^2) x(1-x)p^2 + m_\psi^2 \right] = \frac{p^2}{2} - m_\psi^2 \quad (\text{A.23})$$

$$\begin{aligned} -i\Pi_\phi^{(a)} - i\Pi_\phi^{(b)}(p^2) & = -\frac{i\lambda m_\phi^2}{32\pi^2} \left(\frac{2}{\epsilon} - \log m_\psi^2 - \gamma + \log(4\pi)\right) \\ & + \left(\frac{iy^2}{8\pi^2} - \frac{iy^2 m_\psi^2}{4\pi^2}\right) \left[\frac{2}{\epsilon} - \log \Delta(p^2) - \gamma + \log(4\pi)\right] \\ & + i(p^2 \delta_\phi - \delta_{m_\phi}) \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

А.2 Фермион оронд хөндөх онолоос үүсэх квант засвар Π_ψ - Г тооцох

Зураг 5.2 а - д үзүүлсэн диаграммын алгебр илэрхийллийг бичвэл:

$$-i\Pi_\psi^{(a)}(\not{p}) = (iy)^2 \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \gamma^5 \frac{i}{((p-k)^2 - m_\phi^2)} \gamma^5 \frac{i(\not{k} + \not{p} + m_\psi)}{k^2 - m_\psi^2}. \quad (\text{A.25})$$

энд $(\gamma^5)^2 = 1$ ашиглана. Фейнманы параметрчлэл бидний тооцоонд ашиглан бичвэл:

$$\frac{1}{AB} = \int_0^1 dx \frac{1}{[k^2 - 2xpk + xp^2 + (x-1)m_\psi^2 - xm_\phi^2]^2} \quad (\text{A.26})$$

Үүнд бид $A = (p-k)^2 - m_\phi^2$ болон $B = k^2 - m_\psi^2$ гэж авсан. Үүнд бид $l = k + xp$ орлуулга хийнэ.

Фермион оронд хөндөх онолоос үүсэх квант засвар

$$-i\Pi_\psi^{(a)}(\not{p}) = y^2 \int \frac{d^d l}{(2\pi)^d} \int_0^1 dx \frac{(1-x) \not{p} + m_\psi}{(l^2 - \Delta + i\epsilon)^2} \quad (\text{A.27})$$

Викийн теорем болон хэмжээсийн зохицуулалт ашиглан квант засварыг бичвэл:

$$-i\Pi_\psi^{(a)}(\not{p}) = y^2 \int \frac{d^d l_E}{(2\pi)^d} \int_0^1 dx \frac{(1-x) \not{p} + m_\psi}{(l_E^2 - \Delta)^2} \quad (\text{A.28})$$

үүнд дараах Гамма функцээс хамаарсан хэмжээсийн зохицуулалт ашиглана.

$$\begin{aligned} \int \frac{d^d l_E}{(2\pi)^d} \frac{1}{(l_E^2 - \Delta)^n} &= \frac{(-1)^n i \Gamma(n - \frac{d}{2})}{(4\pi)^{d/2} \Gamma(n)} \left(\frac{1}{\Delta}\right)^{n - \frac{d}{2}} \\ &= \frac{i}{(4\pi)^{d/2}} \Gamma\left(2 - \frac{d}{2}\right) \left(\frac{1}{\Delta}\right)^{2 - \frac{d}{2}} \\ &= \frac{i}{(4\pi)^2} \left(\frac{2}{\epsilon} - \log \Delta(\not{p}) - \gamma + \log(4\pi)\right) \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

тул квант засвар нь:

$$-i\Pi_\psi^{(a)}(\not{p}) = \frac{-iy^2}{16\pi^2} \int_0^1 dx (\not{p}(1-x) + m_\psi) \left(\frac{2}{\epsilon} - \log \Delta(\not{p}) - \gamma + \log(4\pi)\right) \quad (\text{A.30})$$

Интегралтай хэсгийг тооцвол:

$$\int_0^1 dx (\not{p}(1-x) + m_\psi) = \frac{\not{p}}{2} + m_\psi \quad (\text{A.31})$$

тул бидний авч үзэж буй квант засварыг эсрэг гишүүдийн хамт бичвэл

$$\begin{aligned} -i\Pi_\psi^{(a)}(\not{p}) &= i \left(\frac{y^2 \not{p}}{32\pi^2} - \frac{y^2 m_\psi}{16\pi^2} \right) \left[\frac{2}{\epsilon} - \log \Delta(\not{p}) - \gamma + \log(4\pi) \right] \\ &+ i(\not{p}\delta_\psi - \delta_{m_\psi}) \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

үүнд $\Delta = (1-x)m_\phi^2 + xm_\psi^2 - x(1-x)p^2$ болно.

А.3 Юкава харилцан үйлчлэлд үүсэх засвар M_y - г тооцох

Зураг 5.3 - г харгалзах алгебр илэрхийллийг бичвэл:

$$\begin{aligned}
 -iM_y &= -iy^3 \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{\gamma^5(\not{k} + m_\psi)\gamma^5(\not{k} + m_\psi)\gamma^5}{((p-k)^2 - m_\phi^2)(k^2 - m_\psi^2)(k^2 - m_\phi^2)} + y\delta_y\gamma^5 \\
 &= iy^3\gamma^5 \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{(\not{k} + m_\psi)(k - m_\psi)}{[(p-k)^2 - m_\phi^2](k^2 - m_\phi^2)(k^2 - m_\phi^2)} + y\delta_y\gamma^5 \\
 &= iy^3\gamma^5 \int_0^1 dz \int \frac{d^d l}{(2\pi)^d} \frac{l^2 + (z^2 - 1)m_\psi^2}{(l^2 - \Delta)^3} + y\delta_y\gamma^5 \\
 &= iy^3\gamma^5 \int_0^1 dz(1-z) \left[\frac{i}{(4\pi)^2} \frac{d}{2} \left(\frac{2}{\epsilon} - \log \Delta - \gamma + \log(4\pi) \right) \right] \\
 &+ y\delta_y\gamma^5
 \end{aligned} \tag{A.33}$$

$$-iM_y = -\gamma^5 \frac{y^3}{16\pi^2} \left[\frac{2}{\epsilon} - \log \Delta - \gamma + \log(4\pi) \right] + y\delta_y\gamma^5 \tag{A.34}$$

Үүнд $\Delta = m_\psi^2 - x(1-x)p_1^2 - z(1-z)p_2^2 - 2xzp_1p_2$ болно.

А.4 Скаляр харилцан үйлчлэлийн засвар M_λ - г тооцох

Зураг 5.4 - г харгалзах алгебр илэрхийллийг бичвэл:

$$\begin{aligned}
 iM^{(4)} &= \frac{(-i\lambda)^2}{2} \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{i}{(k^2 - m_\phi^2)} \frac{i}{(k+p)^2 - m_\phi^2} \\
 &- i^4 y^4 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{\text{tr}[\gamma^5(\not{k} + m_\psi)\gamma^5(\not{k} + \not{p}_1 + \not{p}_2 + \not{p}_3 + m_\psi)]}{(k^2 - m_\psi^2)((k+p_1+p_2+p_3)^2 - m_\psi^2)} \\
 &\cdot \frac{\gamma^5(\not{k} + \not{p}_1 + \not{p}_2 + m_\psi)\gamma^5(\not{k} + \not{p}_1 + m_\psi)}{((k+p_1+p_2)^2 - m_\psi^2)((k+p_1)^2 - m_\psi^2)} \\
 &= i \frac{3\lambda^2}{32\pi^2} \left(\frac{2}{\epsilon} - \log \Delta_1 - \gamma + \log(4\pi) \right) \\
 &- 6y^4 \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{\text{tr}[\gamma^5 \not{k} \gamma^5 \not{k} \gamma^5 \not{k} \gamma^5 \not{k}]}{(k^2 - m_\psi^2)^4} - i\delta_\lambda
 \end{aligned} \tag{A.35}$$

Үүнд $\Delta_1 = m_\phi^2 - (1-x)p^2$ болно. Хэмжээсийн зохицуулалт болон Хүртвэр дахь илэрхийллийг хялбарчилбал:

$$\begin{aligned}
 iM^{(4)} &= i \frac{3\lambda^2}{32\pi^2} \left(\frac{2}{\epsilon} - \log \Delta_1 - \gamma + \log(4\pi) \right) \\
 &- 24y^2 \frac{i}{(4\pi)^{d/2}} \frac{d(d+2)}{4} \frac{\Gamma(2 - \frac{d}{2})}{6\Delta^{2-d/2}} - i\delta_\lambda \\
 &= i \frac{3\lambda^2}{32\pi^2} \left(\frac{2}{\epsilon} - \log \Delta_1 - \gamma + \log(4\pi) \right) \\
 &- \frac{i3y^4}{2\pi^2} \left(\frac{2}{\epsilon} - \log \Delta_2 - \gamma + \log(4\pi) \right)
 \end{aligned} \tag{A.36}$$

Үүнд $\Delta_2 = -z(1-z)p_3^2 - (x-z)(1-(x-z)p_1^2) + 2z(x-z)p_1p_3 + m_\phi^2$ болно.

Талархал

Энэхүү суурь судалгааны төслийг БСШУСЯ-тай байгуулсан суурь судалгааны сэдэвт ажил хэрэгжүүлэх ШУСс-2019/31 дугаарт гэрээний дагуу Шинжлэх ухаан, технологийн сангийн санхүүжилтээр хийж гүйцэтгэв. Уг судалгааг гүйцэтгэх явцад дэмжиж ажилласан ШУА-ийн ФТХ-ийн захиргаа, тус хүрээлэнгийн Онол ба Их энергийн лабораторийн эрдэмтэн судлаачдад судалгааны багийн хамт олон гүн талархал илэрхийлье.

Номзүй

- [1] Adam G. Riess et al. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *Astron. J.*, 116:1009–1038, 1998.
- [2] S. Perlmutter et al. Measurements of Ω and Λ from 42 high redshift supernovae. *Astrophys. J.*, 517:565–586, 1999.
- [3] D. N. Spergel et al. First year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: Determination of cosmological parameters. *Astrophys. J. Suppl.*, 148:175–194, 2003.
- [4] G. Hinshaw et al. Nine-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations: Cosmological parameter results. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 208(2):19, Sep 2013.
- [5] P. A. R. Ade et al. Planck2013 results. xvi. cosmological parameters. *Astronomy Astrophysics*, 571:A16, Oct 2014.
- [6] P. A. R. Ade et al. Planck2015 results. *Astronomy Astrophysics*, 594:A13, Sep 2016.
- [7] N. Aghanim et al. Planck 2018 results. *Astronomy Astrophysics*, 641:A6, Sep 2020.
- [8] Daniel J. Eisenstein et al. Detection of the baryon acoustic peak in the large [U+2010] scale correlation function of sdss luminous red galaxies. *The Astrophysical Journal*, 633(2):560–574, Nov 2005.
- [9] Gregory Walter Horndeski. Second-order scalar-tensor field equations in a four-dimensional space. *Int. J. Theor. Phys.*, 10:363–384, 1974.
- [10] B. P. Abbott et al. Gw170817: Observation of gravitational waves from a binary neutron star inspiral. *Phys. Rev. Lett.*, 119:161101, Oct 2017.
- [11] B. P. Abbott et al. Gravitational waves and gamma-rays from a binary neutron star merger: Gw170817 and grb 170817a. *The Astrophysical Journal*, 848(2):L13, Oct 2017.
- [12] Jose María Ezquiaga and Miguel Zumalacárregui. Dark energy after gw170817: Dead ends and the road ahead. *Physical Review Letters*, 119(25), Dec 2017.
- [13] Bilguun Bayarsaikhan, Seoktae Koh, Enkhbat Tsedenbaljir, and Gansukh Tumurtushaa. Constraints on dark energy models from the horndeski theory. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2020(11):057–057, Nov 2020.
- [14] Suddhasattwa Brahma and Md. Wali Hossain. Avoiding the string swampland in single-field inflation: Excited initial states. *JHEP*, 03:006, 2019.

- [15] D. M. Scolnic et al. The complete light-curve sample of spectroscopically confirmed sne ia from pan-starrs1 and cosmological constraints from the combined pantheon sample. *The Astrophysical Journal*, 859(2):101, May 2018.
- [16] MICHEL CHEVALLIER and DAVID POLARSKI. Accelerating universes with scaling dark matter. *International Journal of Modern Physics D*, 10(02):213–223, Apr 2001.
- [17] Eric V. Linder. Exploring the expansion history of the universe. *Phys. Rev. Lett.*, 90:091301, Mar 2003.
- [18] M. Drewes et al. A White Paper on keV Sterile Neutrino Dark Matter. *JCAP*, 01:025, 2017.
- [19] A. Boyarsky, M. Drewes, T. Lasserre, S. Mertens, and O. Ruchayskiy. Sterile neutrino Dark Matter. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 104:1–45, 2019.
- [20] Basudeb Dasgupta and Joachim Kopp. Sterile Neutrinos. 6 2021.
- [21] Scott Dodelson and Lawrence M. Widrow. Sterile-neutrinos as dark matter. *Phys. Rev. Lett.*, 72:17–20, 1994.
- [22] Alexander Kusenko. Sterile neutrinos: The Dark side of the light fermions. *Phys. Rept.*, 481:1–28, 2009.
- [23] Kevork Abazajian and Savvas M. Koushiappas. Constraints on Sterile Neutrino Dark Matter. *Phys. Rev. D*, 74:023527, 2006.
- [24] Casey R. Watson, John F. Beacom, Hasan Yuksel, and Terry P. Walker. Direct X-ray Constraints on Sterile Neutrino Warm Dark Matter. *Phys. Rev. D*, 74:033009, 2006.
- [25] Kenny C. Y. Ng, Brandon M. Roach, Kerstin Perez, John F. Beacom, Shunsaku Horiuchi, Roman Krivonos, and Daniel R. Wik. New Constraints on Sterile Neutrino Dark Matter from *NuSTAR* M31 Observations. *Phys. Rev. D*, 99:083005, 2019.
- [26] Alexey Boyarsky, Oleg Ruchayskiy, and Dmytro Iakubovskiy. A Lower bound on the mass of Dark Matter particles. *JCAP*, 03:005, 2009.
- [27] Ivan Esteban, M. C. Gonzalez-Garcia, Alvaro Hernandez-Cabezudo, Michele Maltoni, and Thomas Schwetz. Global analysis of three-flavour neutrino oscillations: synergies and tensions in the determination of θ_{23} , δ_{CP} , and the mass ordering. *JHEP*, 01:106, 2019.
- [28] Mikhail Shaposhnikov and Igor Tkachev. The nuMSM, inflation, and dark matter. *Phys. Lett. B*, 639:414–417, 2006.
- [29] Matthew D. Schwartz. *Quantum Field Theory and the Standard Model*. Cambridge University Press, 3 2014.
- [30] Michael E. Peskin and Daniel V. Schroeder. *An Introduction to quantum field theory*. Addison-Wesley, Reading, USA, 1995.
- [31] Ling-Fong Li. *Introduction to Renormalization in Field Theory*, pages 465–491. 2013.
- [32] K. Arjun, A. M. Vinodkumar, and Vishnu Mayya Bannur. Running coupling constant in thermal ϕ^4 theory up to two loop order. 12 2021.



Article

Strong Effective Coupling, Meson Ground States, and Glueball within Analytic Confinement

Gurjav Ganbold ^{1,2}¹ Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, JINR, Joliot-Curie 6, 141980 Dubna, Russia; ganbold@theor.jinr.ru² Institute of Physics and Technology, Mongolian Academy of Sciences, Enkh Taivan 54b, 13330 Ulaanbaatar, Mongolia

Received: 13 February 2019; Accepted: 18 March 2019; Published: 1 April 2019



Abstract: The phenomena of strong running coupling and hadron mass generating have been studied in the framework of a QCD-inspired relativistic model of quark-gluon interaction with infrared-confined propagators. We derived a meson mass equation and revealed a specific new behavior of the mass-dependent strong coupling $\hat{\alpha}_s(M)$ defined in the time-like region. A new infrared freezing point $\hat{\alpha}_s(0) = 1.03198$ at origin has been found and it did not depend on the confinement scale $\Lambda > 0$. Independent and new estimates on the scalar glueball mass, ‘radius’ and gluon condensate value have been performed. The spectrum of conventional mesons have been calculated by introducing a minimal set of parameters: the masses of constituent quarks and Λ . The obtained values are in good agreement with the latest experimental data with relative errors less than 1.8 percent. Accurate estimates of the leptonic decay constants of pseudoscalar and vector mesons have been performed.

Keywords: quark model; confinement; strong coupling; meson; glueball; leptonic decay

1. Introduction

The low-energy region below ~ 2 GeV becomes a testing ground, where much novel, interesting and challenging behavior is revealed in particle physics (see, e.g., [1]). Any QCD-inspired theoretical model should be able to correctly describe hadron phenomena such as confinement, running coupling, hadronization, mass generation etc. at large distances. The inefficiency of the conventional perturbation theory in low-energy domain pushes particle physicists to develop and use different phenomenological and nonperturbative approaches, such as QCD sum rule, chiral perturbation theory, heavy quark effective theory, rigorous lattice QCD simulations, the coupled Schwinger-Dyson equation etc.

The confinement conception explaining the non-observation of color charged particles (quarks, gluons) is a crucial feature of QCD and a great number of theoretical models have been suggested to explain the origin of confinement. Particularly, the confinement may be parameterized by introducing entire-analytic and asymptotically free propagators [2]), vacuum gluon fields serving as the true minimum of the QCD effective potential [3], self-dual vacuum gluon fields leading to the confined propagators [4], the Wilson loop techniques [5], lattice Monte-Carlo simulations [6], a string theory quantized in higher dimensions [7] etc. Each approach has its benefits, justifications, and limitations. A simple and reliable working tool implementing the confinement concept is still required.

The strength of quark-gluon interaction g in QCD depends on the mass scale or momentum transfer Q . This dependence is described theoretically by the renormalization group equations and the behavior of $\alpha_s \doteq g^2/(4\pi)$ at short distances (for high Q^2), where asymptotic freedom appears, is well investigated

Charmonium radiative transitions, meson and glueball particle properties with the effective strong coupling

Gurjav Ganbold^{1,2,*}

¹Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, JINR, Dubna 141980, Russia

²Institute of Physics and Technology, Ulaanbaatar 13330, Mongolia

Abstract. The particle properties of conventional mesons and scalar glueball, radiative transitions of charmonium excited states χ_{cJ} ($J = 0, 1, 2$) are studied in the framework of relativistic quark models with infrared confinement by taking into account the mass dependence of the effective strong coupling. A specific behaviour of the mass-dependent strong coupling with a freezing point $\alpha_s(0) = 1.032$ has been revealed. The spectrum and leptonic (weak) decay constants of conventional mesons have been calculated in good agreement with the latest experimental data. New estimates on the scalar glueball mass, 'radius' and gluon condensate value have been obtained. Dominant radiative transitions of the charmonium orbital excitations $\chi_{cJ} \rightarrow J/\Psi + \gamma$ have been studied and the partial decay widths have been estimated with reasonable accuracy.

1 Introduction

In modern particle physics one deals with a number of phenomena such as the quark confinement, running strong coupling, generation of hadron mass etc., which require correct description of hadron dynamics in the low-energy domain within theoretical models. QCD predicts a dependence of the physical strong coupling under changes of energy (or, mass) scale Q . This dependence $\alpha_s(Q) \doteq g^2/(4\pi)$ is determined well in experiments at relatively high energies [1]. Meanwhile, the low-energy (or, infrared - IR) behavior of α_s has not been well defined yet, it needs to be more specified, because many quantities in particle physics are affected by the IR behavior of α_s . The correct description of QCD effective coupling in the IR regime remains one of the important problems. The hadron mass origin is one of the challenges to particle physics because the Standard Model introduces only fundamental particles and does not explain the appearance of the multitude of observed massive hadrons. The calculation of hadron mass spectra qualitatively comparable to the precise experimental data, still remains a key problem. Recently, the Particle Data Group [2] has reported that the treatment of the branching ratios of the charmonium excited states χ_{cJ} ($J = 0, 1, 2$) have undergone an important restructuring. The study of the properties of χ_{cJ} mesons is of great interest due to some of their outstanding features.

Our study is based on the formalism of analytic (infrared) confinement principle [3] and the Covariant Confined Quark Model (CCQM) [4].

*e-mail: ganbold@theor.jinr.ru

Constraints on dark energy models from the Horndeski theory

Bilguun Bayarsaikhan,^a Seoktae Koh,^b Enkhbat Tsedenbaljir^a and Gansukh Tumurtushaa^{b,c,1}

^aInstitute of Physics & Technology, Mongolian Academy of Science, Ulaanbaatar 13330, Mongolia

^bDepartment of Science Education, Jeju National University, Jeju 63243, Korea

^cCenter for Theoretical Physics of the Universe, Institute for Basic Science (IBS), Daejeon 34051, Korea

E-mail: bilguunb@mas.ac.mn, kundol.koh@jejunu.ac.kr, enkhbatts@mas.ac.mn, gansuhmgl@ibs.re.kr

Received June 1, 2020

Revised September 17, 2020

Accepted October 6, 2020

Published November 26, 2020

Abstract. In light of the cosmological observations, we investigate dark energy models from the Horndeski theory of gravity. In particular, we consider cosmological models with the derivative self-interaction of the scalar field and the derivative coupling between the scalar field and gravity. We choose the self-interaction term to have an exponential function of the scalar field with both positive and negative exponents. For the function that has a positive exponent, our result shows that the derivative self-interaction term plays an important role in the late-time universe. On the other hand, to reproduce the right cosmic history, the derivative coupling between the scalar field and gravity must dominate during the radiation-dominated phase. However, the importance of such a coupling in the present universe found to be negligible due to its drastic decrease over time. Moreover, the propagation speed of gravitational waves estimated for our model is within the observational bounds, and our model satisfies the observational constraints on the dark energy equation of state.

Keywords: dark energy theory, modified gravity

ArXiv ePrint: [2005.11171](https://arxiv.org/abs/2005.11171)

¹Corresponding author.

Mesons and Glueballs, the Strong Effective Coupling within Analytic Confinement

Gurjav Ganbold^{a, b, *}

^a*Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, JINR, Dubna, 141980 Russia*

^b*Institute of Physics and Technology, Mongolian Academy of Sciences, Ulaanbaatar, 13330 Mongolia*

**e-mail: ganbold@theor.jinr.ru*

Received December 20, 2019; revised January 16, 2020; accepted January 29, 2020

Abstract—The phenomena of hadron mass generating, strong running coupling and radiative transitions of charmonium excited states have been studied in the framework of a relativistic field model with analytic confinement. A meson mass equation is derived and a specific new behavior of the mass-dependent strong coupling $\bar{\alpha}_s$ is revealed in the time-like region. A new infrared fixed point $\bar{\alpha}_s(0) = 1.032$ has been found at origin. Independent and new estimates on the scalar glueball mass, radius and gluon condensate value have been performed. The spectrum of conventional mesons have been calculated by introducing a minimal set of parameters with relative errors less than 1.8 percent compared to the latest data. Accurate estimates of the leptonic decay constants of pseudoscalar and vector mesons have also been performed. Partial decay widths of the dominant radiative transitions of the charmonium orbital excitations have been estimated with reasonable accuracy.

DOI: 10.1134/S1063779620040309

1. INTRODUCTION

The low-energy region below ~ 2 GeV becomes a testing ground, where much novel, interesting and challenging behavior is revealed in particle physics (see, e.g., [1]) while the inefficiency of the conventional perturbation theory in low-energy domain pushes particle physicists to develop and use different phenomenological and nonperturbative approaches. Any QCD-inspired theoretical model should be able to correctly describe hadron phenomena such as quark confinement, running strong coupling, generation of hadron mass etc. at large distances.

The confinement conception explaining the non-observation of color charged particles is a crucial feature of QCD and a great number of theoretical models have been suggested to explain the origin of confinement. A simple and reliable working tool implementing the confinement concept is still required.

The strength of quark-gluon interaction g in QCD depends on the momentum transfer Q and this is described theoretically by the renormalization group equations. This dependence $\alpha_s(Q) \doteq g^2/(4\pi)$ is determined well in experiments at relatively high energies [2] but the low-energy (or, infrared—IR) behavior of α_s has not been well defined yet, it needs to be more specified.

The hadron mass origin is one of the challenges to particle physics because the Standard Model intro-

duces only fundamental particles and does not explain the appearance of the multitude of observed massive hadrons. The calculation of hadron mass spectra in a quality comparable to precise experimental data still remains a key problem.

Recently, the Particle Data Group [1] has reported that the treatment of the branching ratios of the charmonium excited states χ_{cJ} ($J = 0, 1, 2$) have undergone an important restructuring. The study of the properties of χ_{cJ} mesons is of great interest due to some of their outstanding features.

Below we represent studies based on the formalism of analytic (infrared) confinement principle [3] and the Covariant Confined Quark Model (CCQM) [4].

2. MODEL WITH INFRARED CONFINEMENT

One of the theoretical approaches explaining the non-observation of quarks is the Analytic Confinement model assuming entire analytic *nonlocal* functions for the quark and gluon propagators [3]. The QCD-inspired model Lagrangian reads [5]:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{4}(\partial^\mu \mathcal{A}_\nu^A - \partial^\nu \mathcal{A}_\mu^A + g^f{}^{ABC} \mathcal{A}_\mu^B \mathcal{A}_\nu^C)^2 \\ & + (\bar{q}_f^\alpha [\gamma_\alpha \partial^\alpha - m_f] q_f^b) + g(\bar{q}_f^\alpha [\Gamma_C^\alpha \mathcal{A}_\alpha^C] q_f^b), \end{aligned} \quad (1)$$

Radiative transitions of charmonium states in the covariant confined quark model

Gurjav Ganbold^{1,2}, Thomas Gutsche³, Mikhail A. Ivanov¹, and Valery E. Lyubovitskij^{3,4,5,6,7}

¹*Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, Joint Institute for Nuclear Research, 141980 Dubna, Russia*

²*Institute of Physics and Technology, Mongolian Academy of Sciences, Enkh Taivan 54b, 13330 Ulaanbaatar, Mongolia*

³*Institut für Theoretische Physik, Universität Tübingen, Kepler Center for Astro and Particle Physics, Auf der Morgenstelle 14, D-72076 Tübingen, Germany*

⁴*Departamento de Física y Centro Científico Tecnológico de Valparaíso-CCTVal, Universidad Técnica Federico Santa María, Casilla 110-V, Valparaíso, Chile*

⁵*Millennium Institute for Subatomic Physics at the High-Energy Frontier (SAPHIR) of ANID, Fernández Concha 700, Santiago, Chile*

⁶*Department of Physics, Tomsk State University, 634050 Tomsk, Russia*

⁷*Tomsk Polytechnic University, 634050 Tomsk, Russia*

 (Received 20 July 2021; accepted 4 November 2021; published 29 November 2021)

We have studied the dominant radiative transitions of the charmonium S - and P -wave states within the covariant confined quark model. The gauge invariant leading-order transition amplitudes have been expressed by using either the conventional Lorentz structures, or the helicity amplitudes, where it was effective. The renormalization couplings of the charmonium states have been strictly fixed by the compositeness conditions that excludes the constituent degrees of freedom from the space of physical states. We use the basic model parameters for the constituent c -quark mass $m_c = 1.80$ GeV and the global infrared cutoff $\lambda = 0.181$ GeV. We additionally introduce only one adjustable parameter $\varrho > 0$ common for the charmonium states $\eta_c(^1S_0)$, $J/\psi(^3S_1)$, $\chi_{c0}(^3P_0)$, $\chi_{c1}(^3P_1)$, $h_c(^1P_1)$, and $\chi_{c2}(^3P_2)$ to describe the quark distribution inside the hadron. This parameter describes the ratio between the charmonium “size” and its physical mass. The optimal value $\varrho = 0.485$ has been fixed by fitting the latest data for the partial widths of the one-photon radiative decays of the triplet $\chi_{cJ}(^3P_J)$, $J = \{0, 1, 2\}$. Then, we calculate corresponding fractional widths for states $J/\psi(^3S_1)$ and $h_c(^1P_1)$. Estimated results are in good agreement with the latest data. By using the fraction data from PDG2020 and our estimated partial decay width for $h_c(^1P_1)$ we recalculate the “theoretical full width” $\Gamma_{h_c}^{\text{theor}} \simeq (0.57 \pm 0.12)$ MeV in comparison with latest data $\Gamma_{h_c}^{\text{exp}} \simeq (0.7 \pm 0.4)$ MeV. We also repeated our calculations by gradually decreasing the global cutoff parameter and revealed that the results do not change for any $\lambda < 0.181$ GeV up to the “deconfinement” limit.

DOI: 10.1103/PhysRevD.104.094048

I. INTRODUCTION

Charmonium is a bound state of a charm quark and antiquark. The properties of charmonium states have been intensively studied within various theoretical frameworks based on and motivated by QCD since the first charmonium state J/ψ was observed in 1974 [1,2]. The charmonium states are unusual since the quark masses are much larger than the typical confinement scale and they have low-lying excited

states observed in different experiments [3]. Typically, low-lying $c\bar{c}$ mesons have narrow widths and their dominant radiative transitions are one-photon decay modes. Particularly, the decays of the charmonium states J/ψ , χ_{c0} , χ_{c1} , h_c , and χ_{c2} , which are below the $D\bar{D}$ threshold, have been observed and measured fairly accurately.

The state h_c escaped experimental detection for a long time. Only many years later CLEO succeeded to isolate this state [4] and observed that its prominent mode is $h_c(1P) \rightarrow \gamma\eta$. The branching fraction was later accurately measured at the BESIII experiment [5]. Recent studies of χ_{c0} , χ_{c1} , and χ_{c2} mesons at hadron colliders have exploited the radiative decays $\chi_{c0,c1,c2} \rightarrow \gamma J/\psi$ [6–8] and have found that the branching fractions are fairly large, allowing us to detect a signal despite the high background.

Published by the American Physical Society under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International license. Further distribution of this work must maintain attribution to the author(s) and the published article's title, journal citation, and DOI. Funded by SCOAP³.

Sterile Neutrino, Dark Matter and Neutrino Mass Generation

Erdenebulgan Lkhagvadorj*

*Division of Theoretical and High energy physics
Institute of Physics and Technology, MAS*

Abstract

We focus on a simple extension of the standard model (SM) by right-handed neutrinos, Higgs singlet, and discrete Z_2 symmetry, providing an interconnection between the existence of dark matter and neutrino mass generation. Within this extended model, we motivate the sterile neutrino as a dark matter candidate by imposing on the bounds of X-ray observations. The latter implies that the stability of such dark matter candidate arises from discrete Z_2 symmetry. Furthermore, different scenarios such as the type-I seesaw, and the inverse seesaw mechanisms are explored to generate a proper mass matrix under the $Z_2 \times Z_2'$ symmetry to acquire small neutrino masses. We discuss the constraints on the parameters which are consistent with the data on neutrino oscillations and the cosmological observations.

Keywords: Standard Model extension, neutrino masses, dark matter, sterile neutrino

1 Introduction

The standard model (SM) does not explain the non-zero active neutrino masses which are confirmed by the neutrino oscillation experiments [1]. No particle in the SM can serve as a candidate of dark matter. In particular, dark matter does not interact with ordinary matter through its gravitational influence and perhaps weak interaction. The only property of dark matter known to us is its relic abundance and is given by $\Omega_{\text{DM}}h^2 \simeq 0.119$ [2]. To resolve these problems, the SM can be extended by three right-handed neutrinos with Majorana masses below the electroweak scale. This extended model is a well-known model as a neutrino Minimal Standard Model (νMSM)[3]. The νMSM model proposes to explain the dark matter and baryon asymmetry of the Universe under the $U(1)_{B-L}$ symmetry [4]. Right-handed neutrinos are gauge singlet under the SM gauge group and

*email: erdenebulganl@mas.ac.mn

СКАЛЯР ЮКАВА ОНОЛЫН РЕНОРМЧЛОЛ

Т. Лхагважав^a, Ц. Энхбат^b

^{a,b}ШУА, Физик, технологийн хүрээлэн,
Онол ба Их энергийн физикийн салбар

Удиртгал

Бид Скаляр-Юкава онолын нэг-гогцоот эрэмбийн ренормчлолыг авч үзэв. Фейнманы диаграммын нэг гогцоот квант засваруудын хувьд ренормчлолын нөхцөлийг тавьж эсрэг гишүүдийг тодорхойлсон. Эсрэг гишүүдийн хувьд Каллан-Симанзикийн тэгшитгэлийг тооцож уг онолын холбоосын тогтмолуудын бета функцийг тодорхойлов. Эдгээр функц дээр үндэслэн ренормчлолын бүлгийн урсгалын графикийг байгуулахад Юкава холбоосын тогтмол нь асимптотик хязгаарт илэрхий бус бэхлэгдсэн цэгийн муруйруу тэмүүлж байв. Иймд Юкава холбоосын тогтмол нь хендех онолын мужид үлдэнэ.

Түлхүүр үгс: Ренормчлол, эсрэг гишүүд, ренормчлол группийн урсгал.

1 ОРШИЛ

Квант орны онолд үүсдэг хязгааргүй утгатай салалтын асуудлыг (эдгээрийг нил улаан, хэт ягаан салалтууд гэх ба бид энэ ажилд зөвхөн хэт ягаан салалтыг авч үзлээ) ямар нэг регуляризац буюу зохицуулалтын арга хэрэглэн тооцож ренормчлолын нөхцөлийг тавьсанаар төгсгөлөг физик үр дүнг олдог. Ренормчлолын нөхцөлүүдийг тодорхой энергийн түвшинд тавьдаг тул тухайн онол дахь бөөмсийн цэнэг, масс, холбоос тогтмол зэрэг физик параметрууд энэхүү ренормчлолын энергийн хэмжээнээс хамаардаг ба хэрхэн хувьсах нь Каллан - Симанзикийн тэгшитгэлд захирагдана [1]. Скаляр-Юкава онолыг судлах үндсэн шалтгаан нь уг онол Стандарт загварын Хигс ба фермионы орон хоорондын Юкава харилцан үйлчлэл, мөн Хигс өөртэйгөө харилцан үйлчлэх буюу Хигс орны хувийн харилцан үйлчлэлийг хамардагт оршино [2].

Бид хэмжээсийн зохицуулалтыг хэрэглэн скаляр ба фермионы орон, тэдгээрийн масс, харилцан үйлчлэлийн тогтмолуудад эхний эрэмбээс буюу нэг-гогцоот Фейнманы диаграммаас үүсэх засваруудыг тооцов. Хэмжээсийн зохицуулалтад нэг-гогцоот интегралуудыг $d = 4 - \epsilon$ хэмжээст огторгуйд тооцож аналитик үр дүн гаргаж авдаг бөгөөд хязгааргүй салалтууд $1/\epsilon$ хэлбэрт шилждэг. Эдгээр аналитик илэрхийллүүдэд ренормчлолын нөхцөлийг тавьж